



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE



Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física
Sociedade Brasileira de Física
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense

Victor Hugo Rangel de Oliveira

**ALGUNS ASPECTOS DA FÍSICA DE BURACOS NEGROS ATRAVÉS DA
MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERVENÇÃO DIDÁTICA PARA O
ENSINO MÉDIO**

Campos dos Goytacazes/RJ
20172º Semestre



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
FLUMINENSE



Victor Hugo Rangel de Oliveira

ALGUNS ASPECTOS DA FÍSICA DE BURACOS NEGROS ATRAVÉS DA
MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERVENÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO
MÉDIO

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de mestre em Ensino de Física.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristine Nunes Ferreira

Campos dos Goytacazes/RJ
2017/2º Semestre

Biblioteca Anton Dakitsch
CIP - Catalogação na Publicação

O48a Oliveira, Victor Hugo Rangel de
ALGUNS ASPECTOS DA FÍSICA DE BURACOS NEGROS
ATRAVÉS DA MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERVENÇÃO
DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO / Victor Hugo Rangel de Oliveira -
2017.
158 f.: il. color.

Orientadora: Cristine Nunes Ferreira

Dissertação (mestrado) -- Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia Fluminense, Campus Campos Centro, Curso de Mestrado
Nacional Profissional em Ensino de Física, Campos dos Goytacazes, RJ,
2017.
Referências: f. 92 a 96.

1. Ensino de Física. 2. Física Moderna e Contemporânea. 3. Modelagem
Matemática. 4. Buracos Negros. 5. Aprendizagem Significativa. I.
Ferreira, Cristine Nunes, orient. II. Título.

ALGUNS ASPECTOS DA FÍSICA DE BURACOS NEGROS ATRAVÉS DA
MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERVENÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO
MÉDIO

Victor Hugo Rangel de Oliveira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovada em 5 de setembro de 2017.

Banca Examinadora:



Dra. Renata Lacerda Caldas
IFFluminense



Dr. Wander Gomes Ney
IFFluminense



Dr. José Abdalla Helayël-Neto
CBPF



Dra. Cristine Nunes Ferreira
Orientadora e Presidente da Banca Examinadora
IFFluminense

Campos dos Goytacazes/RJ
2017, 2º Semestre

DEDICATÓRIA

Dedico a minha família, meus primeiros professores e a todos os meus alunos e ex-alunos, com eles aprendi a ser o professor que sou hoje.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Olorum, a todos os Orixás e Guias de Umbanda, que me deram forças para superar as dificuldades.

À minha mãe Eliane, ao meu pai Aluisio, ao meu irmão Lucas e à minha noiva Deise, pelo amor, apoio e incentivo nas horas difíceis de cansaço e desânimo.

À minha professora orientadora, Dra. Cristine Nunes Ferreira, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho.

A todos os professores do programa de pós-graduação por ter compartilhado seus conhecimentos e experiências.

À Sociedade Brasileira de Física e ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense por ter me proporcionado esta oportunidade.

À Capes pela concessão da bolsa de Mestrado.

A todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação.

RESUMO

ALGUNS ASPECTOS DA FÍSICA DE BURACOS NEGROS ATRAVÉS DA MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERVENÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Victor Hugo Rangel de Oliveira

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristine Nunes Ferreira

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de mestre em Ensino de Física.

O objetivo deste trabalho foi construir um material composto de atividades interativas em ambientes virtuais de aprendizagem, para a adequação de alguns aspectos básicos da Física de Buracos Negros a estudantes do Ensino Médio. A ideia foi promover uma aprendizagem potencialmente significativa, sobre o tema Física de Buracos Negros. A metodologia empregada foi fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e a Teoria de Aprendizagem Significativa Crítica de Marco Antônio Moreira. Com a ajuda destas bases teóricas, foram utilizados mecanismos para detectar os conhecimentos prévios dos alunos, confrontando-os com o senso comum. Esse procedimento foi importante para a criação de âncoras que pudessem promover a conexão entre os novos conhecimentos, fundamentados nos resultados da pesquisa sobre os Buracos Negros, e os já presentes na estrutura cognitiva do estudante. Por este motivo, foi importante trabalhar os conceitos fundamentais que eles trazem do senso comum, com o intuito de criar uma base sólida, na qual fosse possível construir conceitos mais elaborados. Nas modelagens matemáticas, criadas neste material, foram analisados cenários que pudessem representar os elementos básicos da Física de Buracos Negros como: formação, evolução, detecção e órbitas dos objetos ao redor de um buraco negro. Além dos pré-requisitos para o entendimento desses conceitos, foram feitas também atividades que permitiram aos alunos interagir com as modelagens. O modelador apresenta telas de animação matemática e gráfica nas quais se podem analisar tais elementos. Desta forma, os estudantes puderam interagir com a janela de animação utilizando as ferramentas do modelador, intervindo no modelo, na massa, na distância, entre outras características. Outro recurso utilizado foi um simulador celeste que os ajudou na demonstração da evolução diária das constelações, assim como na exibição os detalhes dos corpos celestes constituintes, mostrando as gigantes vermelhas e as regiões contendo candidatos a buracos negros. Com o presente material, constatou-se que, com um conteúdo potencialmente significativo, é possível despertar no aluno o prazer pela ciência; a apresentação dos conceitos da Física Newtoniana com a roupagem dessa proposta, tornou esse conteúdo mais atrativo. Verificou-se também um maior empenho dos alunos ao buscar novas fontes; e, no convívio com os alunos, percebeu-se um aumento significativo no desempenho acadêmico.

Palavras-chave: Ensino de Física, Física Moderna e Contemporânea, Modelagem Matemática, Buracos Negros, Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

SOME ASPECTS OF BLACK HOLE PHYSICS THROUGH MATHEMATICAL MODELING: A DIDACTIC INTERVENTION FOR HIGH SCHOOL

Victor Hugo Rangel de Oliveira

Supervisor: Prof.^a Dra. Cristine Nunes Ferreira

Master's dissertation presented to the Program of Graduate Studies at the Federal Institute of Education, Science and Technology Fluminense, in the Course of Professional Master of Physical Education (MNPEF) as part of the requirements for obtaining the Master's degree in Physical Education.

The objective of this work was to construct a material composed of interactive activities in virtual learning environments for the adaptation of some basic aspects of Black Hole Physics to high school students. The idea was to promote a potentially meaningful learning, on the physical theme of black holes. The methodology employed was based on David Ausubel's theory of meaningful learning and the critical learning theory of Marco Antônio Moreira. With the help of these theories, mechanisms were used to detect students' prior knowledge by confronting them with common sense. This procedure was important for the creation of anchors that could promote the connection of the new knowledge, based on the results of the research on the Black Hole, with those already present in the student's cognitive structure. For this reason, it was important to work on the fundamental concepts that they bring from common sense, in order to lay a solid foundation, on which to build more elaborate concepts. In the mathematical modeling, created in this material, was analyzed scenarios that could represent the basic elements of the black hole physics as: formation, evolution, detection and orbits of the objects around a black hole. In addition to the prerequisites, for the understanding of these concepts, there were also activities that allow students to interact with the modeling. The modeler presents animation, mathematical and graphic screens where we can analyze such elements. In this way, the students could interact with the animation window using the modeler's tools, intervening in the model, mass, distance, among other characteristics. Another resource used was a celestial simulator that helped us in demonstrating the daily evolution of the constellations as well as the details of the constituent celestial bodies, showing the red giants and the regions containing candidates for black holes. With the present material, it was verified that with a potentially significant content, we can awaken in the student the pleasure for science, the presentation of the concepts of Newtonian Physics with the dress of this proposal, made this content more attractive. There was also a greater commitment of the students in the search for new sources, in the conviviality with the students, a significant increase in academic performance was noticed.

Key words: Physics Teaching, Modern and Contemporary Physics, Mathematical Modeling, Black Holes, Significant Learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs)	15
Figura 2: Órbita elíptica.....	23
Figura 3: Mostra a abrangência das principais teorias fundamentais existentes na física atual.....	28
Figura 4: Diagrama que mostra os tipos de acesso a informação que temos com as teorias atuais.....	30
Figura 5: Geodésica do periélio de Mercúrio.....	30
Figura 6: Gráfico simulando o espaço-tempo de Einstein em 3D.....	34
Figura 7: a massa curvando o espaço-tempo representado pela grade branca.....	35
Figura 8: Forma das geodésicas à medida que a massa aumenta.....	37
Figura 9: Desvio da luz nas proximidades de um campo gravitacional forte.....	39
Figura 10: Modelo matemático na janela modelo.....	39
Figura 11: Fatores envolvidos na escolha das atividades didáticas.....	41
Figura 12: Dependências interna e fachada da escola Estadual Sylvio Bastos Tavares.....	43
Figura 13: Grandes contribuintes, teorias e quebra de paradigmas.....	53
Figura 14: Diagrama contendo as janelas disponíveis no modelador.....	57
Figura 15: Modelagem matemática de um corredor guiado pelo mouse do computador.....	58
Figura 16: Modelagem matemática de um corredor que respeita a equações digitada na janela modelo.....	59
Figura 17: Modelagem com a órbita de Plutão ao redor do Sol. A excentricidade da órbita de Plutão é em torno de 0,25, podendo facilmente ser visualizada.....	61
Figura 18: Um buraco negro supermassivo.....	62
Figura 19: Geodésica de um Buraco Negro.....	63
Figura 20: Órbita da lua em torno da Terra.....	65
Figura 21: Janela gráfica exibindo órbita de um satélite ao redor da terra e de um corpo caindo em lançamento oblíquo na água. Ao fundo, também se colocaram as constelações.....	63
Figura 22: Equações de um satélite orbitando a Terra e os de lançamento oblíquo.....	66
Figura 23: Modelagem do lançamento oblíquo.....	67

Figura 24: modelagem considerando $t = \text{constante}$ e um dos ângulos constante.....	68
Figura 25: segundo dia de interação do grupo com as modelagens.....	74
Figura 26: Grupo resolvendo as atividades.....	84
Figura 27: Aluno explicando a ideia que teve sobre o conteúdo.....	86
Figura 28: Alunos interagindo com Modelagem.....	88

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Primeira Lei de Kepler.....	22
Quadro 2: Segunda Lei de Kepler.....	24
Quadro 3: Terceira Lei de Kepler.....	26

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Etapas da Intervenção Didática.....	47
Tabela 2: Perguntas sobre a concepção aristotélica x galileana e a Força Gravitacional.....	51
Tabela 3: Movimento Relativo x Gravidade Zero.....	54
Tabela 4: Gravitação e órbitas.....	55
Tabela 5. Aspectos importantes a serem analisados no questionário 1.....	55
Tabela 6 - Perguntas sobre a concepção de ciclo de nascimento e morte estelar.....	56
Tabela 7 - Pergunta sobre o conceito básico de Buraco Negro.....	56
Tabela 8 - Pergunta sobre conhecimentos sobre as contribuições de Einstein para a Física de um modo geral e para os conceitos que seriam estudados em seguida.....	56
Tabela 9: Assuntos Discutidos em cada Encontro.....	72

LISTA DE SIGLAS

FMC - Física Moderna e Contemporânea

OAD – Objeto de Aprendizagem Digital

TDICs - Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
1 REFERENCIAL TEÓRICO.....	7
1.1. A Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio.....	7
1.2 Teorias de Aprendizagem.....	10
1.2.1 – O Comportamentalismo (behaviorismo)	10
1.2.2 – O Construtivismo.....	11
1.1.3 - Aprendizagem Significativa.....	12
1.2.4 - Teoria da Educação de Joseph D. Novak e Gowin.....	14
1.2.5 - Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica de Moreira.....	15
1.3 Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs)	16
1.2.1- Uso de Softwares Livres.....	17
1.2.2 <i>Modellus</i>	18
1.2.3 <i>Stellarium</i>	20
1.4. A Avaliação Da Aprendizagem Como Componente Pedagógico.....	17
1.5. Princípios Básicos da Física de Buracos Negros.....	21
1.5.1. Conhecimentos Prévios da Física Newtoniana e Leis de Kepler.....	21
1.5.2. As Bases do conhecimento em Física e os Buracos Negros.....	27
1.5.3. O estudo das geodésicas partículas testes nas imediações de buracos negro.....	33
1.5.4. Deflexão da luz próximo de corpos muito massivos e o horizonte de eventos.....	38
2 METODOLOGIA.....	41
2.1 O Ensino.....	41
2.1.1 O Material Didático.....	41
2.2 O Tipo de Pesquisa.....	42
2.2.1 Os Sujeitos.....	43
2.2.2. Os Instrumentos.....	44
3. DESCRIÇÃO DO PRODUTO.....	47
3.1. Roteiro do Produto.....	47

3.2. Descrição da Elaboração do Produto.....	50
3.2.1. Pré-Teste.....	50
3.2.2. A Modelagem Matemática da Física de Buracos Negros e a Física Básica.....	57
3.2.3. Vídeo e Aula Expositiva.....	68
3.2.4. Pós-Teste.....	69
4. DESCRIÇÃO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO E RESULTADOS.....	72
4.1. Descrição da Aplicação do Produto.....	72
4.2. Resultados Obtidos.....	78
4.2.1. Questionários Prévios.....	78
4.2.2. A Aplicação da Modelagem Matemática.....	84
5. CONCLUSÃO.....	90
REFERÊNCIAS.....	92
APÊNDICE.....	97
Apêndice A – Produto Didático	97

INTRODUÇÃO

A ciência do século XXI é fascinante, e, apesar do grande desenvolvimento científico acumulado até o atual século, existem ainda questões intrigantes fundamentais que estão ainda sendo investigadas na Cosmologia, Astrofísica, Física de Partículas, Física de Materiais etc. O conhecimento do que se sabe hoje sobre o Universo, juntamente à investigação científica e tecnológica, não podem ficar restritos à compreensão de poucos. Suas implicações ultrapassam os muros de qualquer disciplina, tendo repercussões drásticas na aquisição de novas tecnologias e na forma com que o mundo é visto.

O país que tem uma área científica bem desenvolvida tem um melhor esclarecimento do seu povo e está à frente das inovações em uma gama de áreas do conhecimento, pois o conhecimento está intimamente ligado ao desenvolvimento da criatividade e capacidade de inovação. No intuito de propor mecanismos para promover a divulgação científica e melhoria do ensino de física nas escolas, foi criada uma série de objetos de aprendizagem digitais (OADs) interativos usando a modelagem matemática para o ensino.

Do ponto de vista educacional, o ensino de Física hoje é, na maioria das vezes, totalmente desvinculado das descobertas científicas. Estas podem ser trabalhadas em conjunto como os conteúdos programáticos do Ensino de Física como uma forma de conectá-los e motivá-los (CUPANI e PIETROCOLA, 2002; HALLOUN, 2004), (JUSTI e GILBERT, 2000; LOMBARD, 1999).

Este trabalho visa relatar o mecanismo de construção de alguns cenários usando técnicas de inclusão do “material científico” com os alunos do Ensino Médio. A partir desses cenários, o objetivo foi construir uma série de Modelagens e atividades visando ao entendimento da Física de Buracos Negros para o Nível Médio, levando em conta a Aprendizagem Significativa de David Ausubel e partindo do pressuposto de que estratégias didáticas baseadas na utilização da modelagem matemática, juntamente a elementos interativos, em que o aluno é responsável pela construção de seus próprios mecanismos cognitivos com uma base prática, podem conectar o comportamento da natureza com as teorias que as descrevem (ARAÚJO, VEIT E MOREIRA, 2004).

Desta forma, os OADs construídos funcionam como alternativas para inserção de conteúdos de natureza epistemológica que, juntamente a conteúdos de Física, propiciam aos alunos uma visão mais holística sobre a natureza e a construção do conhecimento científico. O interessante aqui é que, além da contextualização do mundo real, em que o aluno vive, este

trabalho também tem o pressuposto de ampliar a mente do estudante para uma natureza que está longe de seu modo de pensar. O desenvolvimento da abstração está intimamente ligado à criatividade e inovação, fazendo do indivíduo um ser com potenciais ilimitados, que pode exercer um papel não de mero reproduzidor de conhecimentos já aceitos, mas de inovador e ser capaz de mudar o destino do país.

Nesse contexto, ao discutir aspectos conceituais da Modelagem Científica, este trabalho pretende fornecer subsídios para introduzir conteúdos mais abstratos sem menosprezar a base da Física Clássica.

O fato do mau desempenho dos estudantes nessa área não pode ser modificado simplesmente introduzindo uma Física mais “interessante”. O que tem de ser mudado é a maneira como a teoria newtoniana é apresentada aos alunos, conectando-a com a Física Contemporânea sem eliminar as dificuldades dos alunos na Metodologia Científica e a Matemática.

Por este motivo, têm de se buscar estratégias didáticas que permitam aos professores de Física caminhar em direção a um ensino que vise à compreensão do mundo que nos rodeia. Tratando-se de uma proposta didática que procure fazer a conexão entre a física newtoniana e alguns aspectos da Relatividade de Geral, é necessário que a construção dos conteúdos, se se considerar a Teoria da Aprendizagem de Ausubel (MOREIRA, 2006), seja elaborada de tal forma a respeitar os conhecimentos prévios dos alunos. Neste sentido, cada etapa do material didático está relacionada, partindo do mais específico para o mais geral e, em alguns casos, o específico como limite do mais geral (OSTERMANN; MOREIRA, 2001). É importante também que os novos conhecimentos estejam de acordo com nível de conhecimento cognitivo dos estudantes.

Utilizar-se da criatividade para efetuar a transposição didática de um conteúdo para o Ensino Médio é um desafio para o professor, sobretudo na área de Física Moderna e Contemporânea, que, muitas vezes, não constam como disciplinas presentes no currículo da graduação (MARTIN; BATISTA, 2004). Falando de Relatividade Geral, essa problemática torna-se ainda mais preocupante, pois, em muitos casos, nem a Gravitação Universal é abordada pelos professores em suas graduações. Outro ponto importante é as leis de Kepler, que estudou as órbitas dos planetas em torno do Sol, evidenciando o problema do periélio de Mercúrio (nem Kepler nem Newton conseguiram explicar esse problema com seus modelos teóricos. Foi necessário a teoria da Relatividade Geral para se conhecer a sua solução). Desta forma, como introduzir temas mais elaborados se nem ao menos se esgotaram os problemas da Física Clássica? Essa é uma pergunta cuja resposta merece uma pesquisa mais profunda.

Nos últimos anos, a inserção de tópicos de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio tem originado várias dissertações de mestrado e teses de doutorado, na área de Educação e de Ensino de Física (TERRAZAN, 1994; ALVETTI, 1999; OSTERMANN, 2000; REZENDE JR, 2001; CANATO JR, 2003; BASSO, 2004; BROCKINGTON, 2005; KARAM, 2005; SIQUEIRA, 2006) que discutem a importância e a viabilidade do tema, bem como os obstáculos para sua concretização em termos curriculares. Esses trabalhos, em sua maioria, estão relacionados com a Física de Partículas e Relatividade Restrita, deixando ainda muito a desejar na área da Relatividade Geral, quanto mais na Física de Buracos Negros. Apesar disto, o documento oficial que contém os princípios norteadores da educação nacional contempla um ensino contextualizado, próximo da realidade cotidiana dos alunos, propiciando uma maior aproximação entre a Física que se ensina e a tecnologia. No currículo mínimo atual do estado, têm-se os temas Relatividade Geral e Física de Buracos Negros, mas não existe material sólido para o ensino destes, deixando os professores em péssima situação e desestimulando ainda mais a sua prática

Quanto às dificuldades enfrentadas nas escolas, as mais citadas foram: indisciplina, falta de pré-requisito dos alunos, muita abstração exigida, em certos momentos, pelos tópicos, insegurança em relação ao domínio de conteúdo para expô-lo aos alunos. Por outro lado, muitos destacaram que, pelo trabalho ter sido bem estruturado, não houve sérias dificuldades para ensinar os tópicos. E todos, sem exceção, consideram a proposta desenvolvida na disciplina, válida por que ajudou a despertar nos alunos um interesse maior pela Física (OSTERMANN; MOREIRA, 2001, pg.143)

O destaque feito por Siqueira, Pietrocola e Ueta, sobre a introdução da Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, é importante para se refletir sobre como esses temas devem ser abordados. Para estes autores, os exercícios destes assuntos exigiriam cálculos avançados que os alunos do Ensino Médio não dominam. Desta forma, seguindo essa mesma direção para o caso da Relatividade Geral, a transposição didática dos modelos matemáticos que envolvem o cálculo das geodésicas, métrica do espaço curvo, ondas gravitacionais etc., abordados em Física de Buracos Negros, não é possível devido à complexidade do tema para a faixa etária dos alunos do Ensino Médio (LOZADA ET AL, 2006; LOZADA, 2007), sendo que a alternativa, para este caso, é trabalhar os aspectos conceituais deste conteúdo. Nessa proposta, mostrar-se-á que, com a introdução da modelagem matemática, essas ideias tornam-se mais fáceis de serem elaboradas pelos professores e entendidas pelos alunos se feita de forma interativa. No modelador matemático, pode ser feito um conjunto de simulações que podem ser de fácil entendimento, com diversos cenários (ARAUJO; VEIT; MOREIRA, 2004).

Mesmo com o uso do modelador, é necessária uma reflexão constante sobre os processos envolvidos na elaboração, implementação e avaliação da proposta. Os ajustes são feitos considerando a interação entre professores e alunos na busca de uma aprendizagem significativa e levando em conta que os ajustes são constantes para uma melhoria no material. A proposta é que essa dissertação seja apenas um começo para inserir tais assuntos tão interessantes e que estão na fronteira da ciência no domínio de alunos do Ensino Médio. Não se pode deixar de frisar que a proposta tem que se inspirar em aspectos relevantes, como os conhecimentos prévios, não deixando de lado as dificuldades normais que os estudantes já apresentam, por exemplo, no entendimento das técnicas usadas para relatar as descobertas científicas, como a elaboração de gráficos e tabelas e o entendimento de equações (ARAUJO; VEITE; MOREIRA, 2004). Verificou-se também que o simulador matemático também é capaz de promover o conflito cognitivo. Isso foi observado nesta aplicação: quando, por exemplo, o estudante modela uma situação que vai contra as percepções do cotidiano, ele nota que algo está errado, e isso, além de provocar a descontração do grupo, também motiva individualmente através da busca do erro. Esse fato já foi relatado entre estudantes da informática ou jogadores, que, quando se deparam com a dificuldade ou erro, tentam superá-lo. Esses desafios, segundo Zabala (1998), são fomentadores de atitudes favoráveis pelo conteúdo e promovem o respeito ao grupo, estimulando a autoestima. O modelador propicia o que Zabala chama de “aprender a aprender”, promovendo o pensar crítico.

Segundo Soares (2002), o material didático ampliou sua função devido a inúmeras possibilidades introduzidas pelas tecnologias educacionais:

Hoje, o livro didático ampliou sua função perpétua. Além de transferir os conhecimentos orais à linguagem escrita, tornou-se um instrumento pedagógico que possibilita o processo de intelectualização e contribui para a formação social e política do indivíduo. O livro instrui, informa, diverte, mas acima de tudo, prepara para a liberdade (SOARES, 2002).

Soares argumenta que o livro didático passa a ter um caráter diverso do original, quando foi concebido, que primava pela memorização e complementação de materiais clássicos. O livro didático passa a conter outros produtos pedagógicos, como: jogos, ábacos, gifs, modelagens, entre outros.

O advento das tecnologias educacionais, que primam pelo uso do computador, como forma de aquisição do conhecimento, e a ampla divulgação de *e-books* e cursos a distância, com materiais audiovisuais, faz com que o conceito de material didático passe a sofrer diversas transformações através dos anos. No início do século XXI, anunciavam-se as

transformações no material didático. Segundo Neto (2001), as mídias educativas propiciaram um avanço na concepção do livro didático:

Tanto nas áreas de materiais impressos como nas da televisão, rádio e informática educativa, ocorreu um refinamento inegável nos procedimentos de produção de materiais para fins de ensino, que gerou nova linguagem, novos esquemas de trabalho, novas concepções, novas técnicas e áudio livros, o que implica em constantes mudanças e inovações na produção do material didático (Neto, 2001, pg. 38).

Apesar deste interesse pelas mídias educativas, que culminou, no Brasil, com vários incentivos do governo, como: o Centro de Educação a Distância do Estado do Rio de Janeiro (Cederj/Cecierj), para levar educação de qualidade a distância, equipando inúmeros polos de educação a distância pelo Brasil; e a plataforma e-Proinfo (2017), como outro incentivo do MEC para solavancar a educação através de meios digitais, estimulando o uso de plataformas de ensino como Moodle, além do investimento do governo em implementar, nas escolas, salas de computação e incentivar aderência à software livre. Essas iniciativas, apesar de válidas, ainda foram muito incipientes no Brasil, pois não se investiu em suporte de profissionais da área para capacitar os professores e diretores de escolas no uso do meio digital. Desta forma, o material didático passou - e ainda está passando - por profundas modificações em sua forma.

Visando ampliar a oferta de produtos didático-pedagógicos de acordo com as etapas e modelos educativos, foi preciso diferenciar o público-alvo, pois cada aluno se adapta melhor a uma determinada atividade, e desenvolver produtos personalizados para diversas tomadas. Primou-se pela utilização de diferentes tecnologias de informação e comunicação.

Por outro lado, mesmo com a introdução de novas formas de apresentar o conteúdo a ser ensinado, a maioria do material didático empregado pelas escolas ou manuseado pelos estudantes e professores ainda é impresso, seja porque o material escrito é tradicionalmente conhecido e sempre foi aceito entre professores, alunos e especialistas. Além disso, seu manuseio é fácil e se apresenta em abundância. Esses pontos, no entanto, estão mudando, pois a maioria dos cientistas hoje não usam mais material impresso, optando por consulta e leitura no próprio computador, com acesso gratuito em sites especializados, mas isso ainda está bem longe da sala de aula.

Nesta contribuição, optou-se, do ponto de vista das técnicas de ensino, pelo uso das TDICs juntamente a técnicas tradicionais de apresentação do conteúdo. Por este motivo, o modelo de ensino que mais se adapta a esse tipo de apresentação do conteúdo é o modelo de ensino e aprendizagem por investigação. No presente trabalho, foram introduzidos conceitos

de Física Moderna e Contemporânea (FMC), mais especificamente Buracos Negros e Relatividade Geral, para alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de ensino do Rio de Janeiro, através de modelagens computacionais. Procuraram-se discutir os seguintes questionamentos: “O que introduzir na FMC, no Ensino Médio?” e “Como introduzir a FMC no Ensino Médio?”

1 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, serão discutidos os referenciais teóricos que funcionam como alicerces para embasar esta dissertação. Primeiramente, a ideia foi obter respostas para duas inquietações fundamentais: a primeira, “O que deve ser ensinado de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio?”, e a segunda, “Quais os ingredientes necessários para introduzir a Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio?”. Visando encontrar respostas para tais perguntas, primeiramente, foram discutidas as principais vertentes presentes na literatura a respeito do assunto; depois foi pensado sobre quais os teóricos da educação seriam importantes para a elaboração da proposta; e só então buscou-se meios para se chegar a esse fim.

1.1. A Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio

Nos dias atuais, tem se chegado a um consenso que afirma que a Física Moderna e Contemporânea devem ser introduzidas nos currículos de Ensino Médio. A justificativa para tal, levantada na III Conferência Interamericana sobre Educação em Física, deve-se, entre outras, à necessidade de aumentar o ingresso em carreiras científicas, além de despertar a curiosidade de estudantes de um modo geral, ajudando-os a ter uma boa formação científica e trazendo a Física mais próxima a eles (BAROJAS, 1988; OSTERMANN, 1999).

Segundo Menezes (2000), falando da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), estabelece-se a formação que se espera promover incentivando a “preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética, o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico”. Neste sentido, a LDB preconiza que o estudante, através do aprendizado em ciências, desenvolva condições de compreender os modelos científicos em conexão com a transformação da sociedade. Ainda segundo Menezes “[...] Em outras palavras, interessa sim que o aluno aprenda física, mas interessa também que, juntamente aprenda os instrumentos gerais que acompanham o aprendizado da Física”. Para responder à primeira inquietação, pode-se usar a fala de Menezes (2000), que cita, em ocasião da preparação do documento que estipula o novo currículo mínimo, que

É parte desta preocupação a nova ênfase atribuída à cosmologia física, desde o universo mais próximo, como o sistema solar e, em seguida, a nossa galáxia, até o debate dos modelos evolutivos das estrelas e do cosmos. Sabidamente, estão ausentes dos currículos tradicionais

tanto estes aspectos de caráter cultural geral, como outros de cultura mais tecnológica, ..., que hoje fazem parte de toda a vida contemporânea (MENEZES, 2000, pg. 7).

Desta forma, apresentam-se como justificativa para a inserção de conteúdos de FMC: o aumento do interesse, da qualidade e da quantidade de candidatos nas carreiras científicas; o despertar da curiosidade de estudantes de um modo geral, ajudando-os a ter uma boa formação científica; a promoção da autonomia intelectual destes; conexão com o mundo que os cerca; e o exercício da cidadania.

Buscando agora uma análise de como responder à pergunta de como introduzir a FMC no Ensino Médio, podem-se buscar as linhas predominantes entre os pesquisadores.

Segundo Ostermann e Moreira (2001), há três vertentes que representam as principais discussões metodológicas, visando à introdução da Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio. Uma delas é a exploração dos limites dos modelos clássicos. Nesta linha de pensamento, Gil-Pérez, Senent e Solbes (1988), da universidade de Valência, enfatizam que a abordagem da FMC nas escolas deve levar em conta a evolução histórica dos conceitos. A ideia destes autores é de que, através da discussão dos limites da Física Clássica, é possível aclarar os limites de validade desta. Os autores estão preocupados com o aspecto humanista da história da ciência, em que a ausência de referência, as dificuldades da Física Clássica, poderá favorecer o surgimento de erros conceituais por ocasião da interpretação dada pelos estudantes acerca da construção da ciência moderna.

Outra vertente, defendida por Helmut Fischer e Michel Lichtfelt (1992), na universidade de Berlim, insere a versão acadêmica de que não se deve ensinar a Física em construção do passado, ou seja, na linguagem dos autores, não se deve ensinar a Física Semi-clássica, como, por exemplo, o átomo de Bohr. Esses autores argumentam que isso pode funcionar como obstáculo para a inserção conceitual dos tópicos de FMC entre os estudantes, pois estes podem cristalizar ideias errôneas e apresentar resistências aos conceitos vigentes, já que esses últimos geralmente não são tão óbvios.

Pode-se perceber que essas duas linhas são conflitantes, mas as duas apresentam pontos interessantes que estão presentes nas respostas dos alunos em sala de aula. Essas tendências foram analisadas no capítulo de resultados, no qual foi feita uma ampla discussão sobre o assunto, confrontando-o com os resultados dos questionários aplicados.

Outra abordagem que apareceu na literatura antes da proposta da escola alemã veio da escola americana defendida por Arnold Arons (1990), na Universidade de Washington. Nesta linha de pensamento, a FMC deve ser inserida em tópicos em que se devem abordar as considerações básicas sobre os assuntos. O autor fundamenta a sua linha argumentando que o

arsenal matemático necessário para a introduzir assuntos com a teoria da relatividade restrita está além do que um aluno do Ensino Médio pode entender.

Foi realizada uma pesquisa, em 1988, pelo Museu de Astronomia e Ciências Afins do CNPq, sobre a visão do cidadão brasileiro, acerca da ciência e tecnologia. O resultado obtido, para Pereira (1997), mostra o quanto a população brasileira é desinformada sobre conceitos de ciência, reforçando a necessidade da inserção da Física Moderna e Contemporânea nos currículos escolares.

O currículo mínimo da rede pública de ensino do estado do Rio de Janeiro é contemplado com conteúdos de Física Moderna e Contemporânea no primeiro seguimento do Ensino Médio, porém os professores, de uma forma geral, não estão preparados para trabalhar o conteúdo neste seguimento. Além disso, segundo Ostermann (2001), não há um consenso sobre o que se deve ou não ser trabalhado, e muitas áreas importantes da Física Moderna e Contemporânea são deixadas de lado.

Mesmo que muito se tem pesquisado sobre o assunto, a maioria dos trabalhos publicados demandam conhecimento prévio ou são densos demais para serem utilizados no Ensino Médio. Um exemplo é o trabalho de Machado (2016), em que apresenta-se uma boa adaptação matemática das ideias percussoras do Buraco Negro, para o Ensino Médio, porém o trabalho se mostra confuso em certas partes, requer uma boa base matemática dos alunos e não apresenta nenhuma adaptação pedagógica do assunto.

Isso é visto no trabalho de Ostermann (2001) como um problema que o ensino de Física enfrenta nas escolas, ao não desenvolver aspectos conceituais e enfatizar excessivamente fórmulas e problemas de aplicação. Conceitos esses que se tornam importantes no entendimento da Física Moderna e Contemporânea.

Segundo Ostermann (2001), futuros professores de Física atribuíram um alto grau de importância à atualização da grade curricular do ensino médio, introduzindo ao mesmo tópicos mais atuais, como a Física Moderna e Contemporânea, porém apontaram como obstáculo a grande abstração exigida e a insegurança em relação ao domínio do conteúdo para poder expô-lo aos alunos, além de declararam que, devido à boa estrutura do trabalho realizado, encontraram mais facilidade para trabalhar tais tópicos.

O mesmo grupo também atribuiu a dificuldade de se trabalhar esses conteúdos à falta de pré-requisito dos alunos e indisciplina, além do grau de dificuldade dos conteúdos em si, porém o autor sugere que esses alunos tem, sim, capacidade para aprender tópicos mais atuais de Física, desde que se invista em novos materiais didáticos que tornem o tema mais acessível

a professores e alunos do Ensino Médio, além de preparar docentes capazes de trabalhar com temas de Física Moderna e Contemporânea nessa etapa de formação.

No presente trabalho, foram introduzidos conceitos de Física Moderna e Contemporânea, mais especificamente Buracos Negros e Relatividade Geral, para alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de ensino do Rio de Janeiro, através de modelagens computacionais. Discutindo as principais ideias de “O que?” e “Como?” introduzir a FMC no ensino médio. Na próxima seção, foram estudadas as teorias da aprendizagem com o objetivo de entender os mecanismos pelos quais o aluno utiliza para aprender determinado assunto.

1.2 Teorias de Aprendizagem

Nesta seção, foram discutidas algumas teorias da aprendizagem usadas para se entender como os alunos adquirem o conhecimento.

1.2.1 – O Comportamentalismo (Behaviorismo)

Até 1963, acreditava-se que o meio influenciava o sujeito, “o homem nasce bom, o meio é que o corrompe”, disse Rousseau (1778). Esse campo do saber era dominado pelos comportamentalistas ou *behavioristas* (SKINNER. B. F., 1974). Nesta época, a abordagem da aprendizagem era psicológica. O que importava para os pesquisadores era o estudo do comportamento como uma forma de obter observações que pudessem ser mensuráveis. O estudo da mente não era compreendido, pois não se encontravam formas de obter comportamentos que pudessem ser mensuráveis. Desta forma, a mente era considerada como uma caixa preta. O que importava eram os estímulos aplicados e os resultados advindo deles. Um outro ponto importante nessas teorias é que o comportamento era controlado pelas consequências. Um dos grandes defensores desta teoria foi Skinner (1974) e outros adeptos, como Gagné (1980), para quem a aprendizagem é uma mudança interior. Sua principal contribuição foi tentar integrar as teorias cognitivistas com as comportamentais e propor as hierarquias do aprendizado.

O Método Keller foi proposto por dois pesquisadores da Universidade de Brasília, Fred Keller e Gil Sherman (1974), e foi também conhecido como método individualizado. Nele, as aulas expositivas deixam de existir, e o professor atua na elaboração de uma série de

atividades por escrito que os alunos passam a realizar individualmente. Segue a teoria do reforço de Skinner, em que existem a técnica do reforço positivo e a minimização das punições, ansiedades e frustrações no decorrer da aprendizagem. Basicamente, parte da aprendizagem mecanicista, em que o aluno deve seguir uma bateria de exercícios e roteiros feitos pelo professor (DIONIZIO, 1976).

1.2.2 – O Construtivismo

O Construtivismo é uma teoria da aprendizagem, também compreendido como uma corrente pedagógica, que tem como principal foco o entendimento da obtenção da aprendizagem relacionada à interação do indivíduo com o meio.

O Construtivismo foi desenvolvido pelo psicólogo e epistemólogo suíço Jean Piaget, no início da década de 1920. Também foi de fundamental importância, para o desenvolvimento desta teoria, as pesquisas realizadas pelo psicólogo russo Lev Vygotsky.

Deve-se também destacar o importante papel da psicóloga argentina, seguidora de Piaget, Emilia Ferreiro. Esta foi de fundamental importância, pois desenvolveu o Construtivismo no campo da alfabetização de crianças.

Principais princípios do construtivismo:

- O centro do processo de aprendizagem é o aluno;
- O professor não é um mero transmissor de informações, mas, sim, um facilitador e orientador do processo de aprendizagem. O professor tem a função de colocar o estudante diante de situações (práticas ou teóricas), para que este encontre soluções e, desta forma, construa o conhecimento. Neste processo, a experiência de vida do aluno e seus conhecimentos, anteriormente adquiridos, são de fundamental importância;
- Os níveis de amadurecimento, desenvolvimento e conhecimento de cada aluno devem ser respeitados e levados em consideração no processo de aprendizagem;
- Ao docente cabe também a função de incentivar os alunos na busca de novos conhecimentos e na aprendizagem de novos conceitos;
- O aprendizado vai sendo construído aos poucos. Um novo conhecimento ou conceito são aprendidos a partir de conhecimentos e conceitos anteriores;
- O ensino é realizado e percebido como um processo dinâmico, e não estático, como ocorre nos métodos pedagógicos tradicionais;

- O conhecimento não é entendido como uma versão exata da realidade, mas, sim, uma reconstrução daquele que está aprendendo.

Segundo Vygotsky (2002), o aluno em estágio de construção de aprendizado desenvolve o seu intelecto a partir da interação social com materiais fornecidos pela cultura daqueles que o cercam. Nesta perspectiva, a aprendizagem acontece de dentro para fora, de forma ativa e interpessoal, não podendo ser considerada como uma mera aquisição de informações ou de uma simples associação de ideias que vão sendo armazenadas ao longo do tempo.

Para Moreira (1999), a teoria de Vygotsky propõe que o desenvolvimento cognitivo se dá por meio da interação social, em que, no mínimo, duas pessoas estão envolvidas ativamente trocando experiência e ideias, gerando novas experiências e conhecimento.

Assim, a aprendizagem é uma experiência social, mediada pela utilização de instrumento e signos. Um signo é algo que tem um significado para alguém, como no caso da linguagem falada e escrita. Assim, a aprendizagem é uma experiência de interação pela linguagem e pela ação. Sendo a interação social o cerne da aprendizagem e do desenvolvimento cognitivo, o ato de indicar um objeto para uma criança pode, a princípio, não ter nenhum significado, mas, quando a criança aponta para um objeto no intuito de alcançá-lo, e alguém pega para dar à criança (interação), o ato de apontar começa a ter significado. Ela começa a pegar o significado socialmente compartilhado de apontar para um objeto.

Assim, o professor deve utilizar estratégias que levem à independência do aluno, preparando-o para um espaço de diálogo e interação. Essa teoria permite que o aluno construa seu conhecimento, em grupo, com participação ativa, o que oferece oportunidades para discussão e reflexão, encorajando a descoberta do grupo, considerando o aluno inserido em uma sociedade e mostrando-se adequada para atividades colaborativas de troca de ideias.

1.1.3 - Aprendizagem Significativa

De acordo com Ausubel (1980), quanto mais sabemos, mais aprendemos. Em sua literatura, que elucida o conceito de Aprendizagem Significativa, o pesquisador deixa claro ao dizer: "O fator isolado mais importante que influencia o aprendizado é aquilo que o aprendiz já conhece".

A teoria de Ausubel é oposta à dos comportamentalistas. Segundo ele, a Aprendizagem Significativa consiste em evoluir conceitos pré-existentes na estrutura

cognitiva do aluno. Esta evolução faz com que o estudante seja capaz de relacionar os conceitos pré-existentes com novos. Esse fato torna os novos conceitos acessíveis à estrutura cognitiva do aprendiz. Quando a teoria se refere à aprendizagem específica de um assunto, refere-se aos conceitos e como eles se organizam. Ou seja, a ênfase que se dá é na aquisição, armazenamento e organização desses conceitos na estrutura cognitiva do aluno. Essa estrutura é extremamente organizada e hierarquizada, e todos os conceitos existentes se encadeiam de acordo com o tipo de relação estabelecida entre eles, ordenando novos conceitos e ideias que vão sendo progressivamente e gradativamente internalizados. Segundo Ausubel, “Ensinar sem levar em consideração o que o aluno já sabe, é um esforço em vão (AUSUBEL, 1963).

A aprendizagem significativa pode acontecer de duas formas, por descoberta ou por percepção. Quando acontece por descoberta, o aluno "descobre" algum princípio, semelhante ao que acontece na solução de um determinado problema, e internaliza esse princípio. Quando acontece por percepção, o aluno recebe um novo conceito, e este passa a atuar em sua estrutura cognitiva de forma a se relacionar com ideias ou modelos relevantes já existentes em sua estrutura cognitiva.

Pode ser visto, então, que a teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel leva em conta o histórico do aluno por uma visão puramente cognitiva, porém ativa. O aluno não é treinado para apenas memorizar ideias e conceitos, ele é convidado a pensar a respeito do novo conceito, fazendo com que este tenha relevância para sua estrutura cognitiva.

Para a aprendizagem significativa acontecer, o novo conceito deve se relacionar de forma substancial com os conceitos anteriores. Para que isso ocorra, é necessário que o professor proponha um ambiente de ensino potencialmente significativo, levando em conta o contexto no qual o aluno está inserido.

Em seu trabalho, Penha (2004) busca introduzir conceitos de Gravitação Universal, através da História da Física e da visão de Ausubel, por meio das evoluções dos conceitos ministrados, buscando, segundo ela, o "como" e o "porquê" de um tema proposto. De acordo com o seu trabalho, um questionário avalia os conhecimentos prévios do aluno.

Ao fazer a análise de conhecimentos prévios, ela percebe que, quando se coloca um mesmo conceito em diferentes contextos, o resultado pode se apresentar contraditório, o que tornaria importante o uso de diferentes questionamentos acerca do mesmo conceito.

Utilizando esse método, a autora conseguiu evoluções nos conceitos iniciais dos alunos, como, por exemplo, no conceito de gravidade, que, segundo ela, é vaga e passou para força gravitacional.

1.2.4 - Teoria da Educação de Joseph D. Novak e Gowin.

A teoria de Ausubel é focada na aprendizagem de um ponto de vista puramente cognitivo, porém é preciso analisar a aprendizagem de um ponto de vista humanista, visto que o ser humano não é construído apenas de cognição.

Para haver condições para uma aprendizagem potencialmente significativa, deve-se levar em consideração o lado "afetivo" da aprendizagem. Para Ausubel, a aprendizagem significativa requer que o sujeito esteja disposto a relacionar o novo conteúdo de modo não arbitrário a sua estrutura de cognitiva. Ou seja, para aprender de maneira significativa, o aluno deve "querer aprender", pois, mesmo que a nova informação seja significativa, se o aluno possui a intenção de apenas memorizá-la de maneira arbitrária e literal, a aprendizagem será apenas mecânica, e não significativa.

Com isso, percebe-se que Ausubel considera a importância do lado "afetivo" no processo da aprendizagem significativa. Joseph D. Novak, porém, traz uma contribuição humanista à aprendizagem significativa.

De acordo com as ideias de Novak (1977), o processo de aprendizagem deve considerar os alunos como seres que pensam, sentem e agem. Então, esse processo deve ser uma ação de troca de significados e sentimentos entre aluno e professor.

A troca de sentimentos é um processo educativo acompanhado de uma experiência afetiva. A vontade de aprender, dita por Ausubel como condição para a aprendizagem significativa, passa a ser relacionada à experiência afetiva que o aluno tem no processo educativo. Se a experiência afetiva é positiva e construtiva, o aluno tem ganhos em compreensão; quando sente que não está aprendendo o novo conhecimento e perde o interesse, a experiência é negativa. Vemos então que a vontade de aprender está intimamente relacionada à aprendizagem significativa, o que gera uma experiência afetiva.

Novak deu novos significados ao conceito de Aprendizagem Significativa, estendendo seu âmbito de aplicação em sua Teoria Humanista de Educação. Por sua vez, Gowin (1981) demonstra uma relação entre professor, materiais didáticos e aluno, assim, uma experiência de ensino aprendizagem se caracteriza em compartilhar significados entre aluno e professor, através dos conhecimentos veiculados por materiais didáticos do currículo. Usando tais materiais didáticos, aluno e professor buscam congruência de significados. Por outro lado, segundo Luckesi (2011),

A escola centrada no currículo praticamente obscurece o educando como pessoa; ao contrário, a escola centrada na pessoa do educando serve-se do currículo como meio dos processos de sua aprendizagem, desenvolvimento e constituição. O currículo, num processo educativo escolar, é somente o mediador da formação do educando, nunca a finalidade da escola (LUCKESI, 2011, pg.36).

Em um processo educativo, o professor busca mudar significados na experiência do aluno, através dos significados dos materiais didáticos do currículo. Se o aluno manifesta vontade de aprender, os significados dos materiais são compartilhados. O professor os apresenta, e o aluno, por sua vez, devolve ao professor aqueles que captou. Se esse "compartilhamento" não é alcançado, o professor deve reapresentá-los, mas de uma nova forma, e o aluno deve mostrar novamente os significados que captou. Esse processo continua até que os significados dos materiais didáticos do currículo que o aluno capta sejam aqueles que o professor pretende.

1.2.5 - Teoria da Aprendizagem Significativa: crítica de Moreira

Segundo este autor, para sobreviver à sociedade contemporânea, é necessária, além de significativa, a aprendizagem tem que ser subversiva. Sua argumentação é fundamentada no fato de que a sociedade contemporânea tem passado e passa por mudanças rápidas e drásticas.

Por outro lado, a escola continua a promover vários conceitos fora de foco, ensinando uma física previsível e repleta de “verdades” estáticas, que não acompanha a sociedade. Podemos citar como exemplo o fato de os cientistas acreditarem que o Universo é composto, em sua grande maioria, por uma matéria estranha, que não se enquadra nas previstas pelo modelo padrão, e, na escola, nem o modelo padrão se é ensinado ou discutido.

Claramente, só com esse exemplo já dá para se entender que o estudante não é preparado, na escola, para participar das principais discussões dos meios científicos, ficando completamente apartado de participar da sociedade. Essas mudanças pelas quais a Física passa constantemente são excitantes e desafiadoras, no entanto, na escola, ainda se transmite o conteúdo, desestimulando o conhecimento.

Segundo Moreira, o discurso da escola pode ser outro, mas continua a não fomentar o “aprender a aprender”, que permitirá ao indivíduo lidar, de forma frutífera, com a mudança, buscando sobreviver.

Um ponto interessante da fala de Moreira é o fato de ele reconhecer que a escola até tenta atualizar-se tecnologicamente e competir com outros mecanismos de divulgação da informação, mesmo que não abertamente, no entanto, a escola só prepara o aluno para a

sociedade do consumo e completamente fora de foco, visto que não forma indivíduos criativos, que aprendam a inovar e a sobreviver na sociedade da mudança — que aprendam a não se tornarem obsoletos. Nesse sentido, é muito mais que motivação, o que está em jogo é a relevância do novo conhecimento para o aluno. O professor tem de aprender como provocar o aluno, como levar o aluno a perceber o quão relevante é o conhecimento para ajudá-lo a sobreviver à sociedade contemporânea. Desta forma, tem de se entender o que é a Aprendizagem Significativa Crítica nos dias atuais.

Foi visto anteriormente que a aprendizagem significativa é a interação entre um conceito novo com um antigo. Nesse processo não arbitrário e não literal, esse novo conhecimento adquire significados para o aluno, dando ao conceito antigo mais significados, fazendo-o adquirir mais estabilidade. Ou seja, só se pode aprender a partir daquilo que já se conhece.

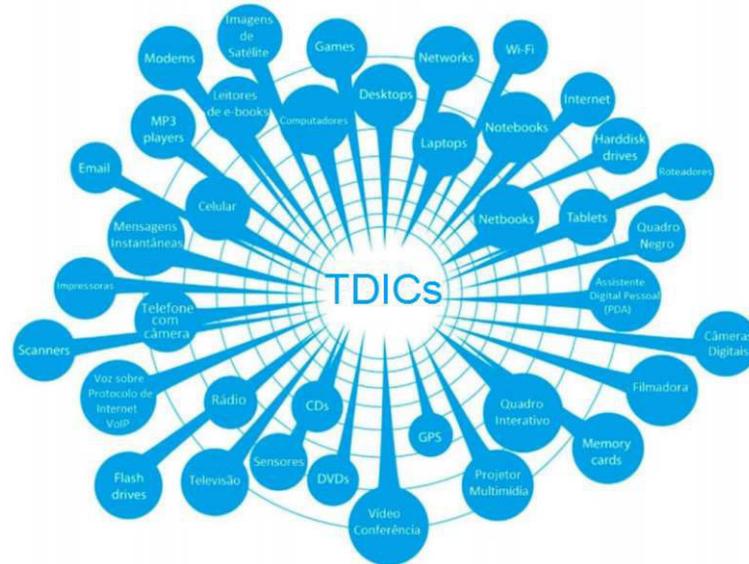
Segundo Moreira (2006), é através da aprendizagem significativa crítica que o aluno poderá fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, não ser subjugado por ela. Assim, ele poderá lidar com a mudança sem deixar-se dominar por ela. Partindo desses princípios, entende-se que o senso crítico dos alunos deve ser estimulado, para que estes adquiram a capacidade de desenvolvimento próprio.

Através desse sistema de aprendizagem que Moreira (2005) mostra que o aluno terá a capacidade de fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, estar fora dela, usando a informação, de forma crítica, sem ser dominado por ela. O foco é que o aluno seja integrado socialmente, de forma independente e subversiva.

1.3 Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs)

As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) são um conjunto de equipamentos e aplicações tecnológicas que, na área de ensino, podem ser entendidas como ferramentas de suporte orientadas de acordo com os objetivos didáticos. TDIC é um termo que inclui todas as ferramentas eletrônicas pelas quais se podem armazenar, trocar e distribuir informações (UNESCO, 2010).

Figura 1 - Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs).



Fonte: (UNESCO, 2010) adaptado.

O uso das TDICs na educação brasileira evoluiu, trazendo, em seu histórico, uma nova perspectiva educacional (ANDRADE,1993). No Brasil, o papel atribuído ao computador era o de catalisador de mudanças pedagógicas (Valente,1997), mudando de uma ação centrada no ensino e na transmissão de informações para uma prática pedagógica voltada à aprendizagem e construção do conhecimento pelo aluno.

O Programa Nacional de Informática na Educação (ProInfo), da Secretaria de Educação a Distância do MEC, desenvolvido em parceria com as secretarias estaduais de educação, busca introduzir as TDICs nas escolas, em diferentes áreas de conhecimento. O ProInfo trabalha na formação professores com domínio das tecnologias, teorias educacionais e prática pedagógica (FNDE, 2017).

As TDICs estão presentes em todas as áreas do conhecimento, podendo, assim, integrar-se ao cotidiano escolar. A disseminação dessas tecnologias possibilita a construção de uma cultura tecnológica, ou seja, a implementação de ações com o uso de recursos tecnológicos e o exercício da mediação docente.

1.2.1- Uso de Softwares Livres

De acordo com o conceito de cultura de Freire (2004), é fundamental hoje a cultura da informática livre. A distribuição de softwares livres potencializa o acesso e a disseminação do

conhecimento científico-tecnológico para as comunidades escolares. Segundo Silveira (2003), o software livre representa uma opção pela independência tecnológica e cultural, baseada no princípio do compartilhamento do conhecimento praticada pela inteligência coletiva conectada à internet. Desta forma, o software livre permite a democratização do conhecimento.

Exemplos de softwares livres usados no ensino de Física:

- *Freeduc* Física: seção do *freeduc* com softwares livres de Física (em francês);
- LUM: software livre para Linux sobre Óptica Geométrica;
- MEK: é um software livre (GPL) educativo que faz simulações de mecânica da partícula. Versão apenas para Linux;
- *Python*: no ensino de Física – Projeto que utiliza simulações de fenômenos de Física desenvolvidas com *python* e *vpython*;
- *Step*: um simulador interativo de Física;
- *Modellus*: é uma aplicação que permite que os alunos e professores utilizem a matemática para criar ou explorar modelos de forma interativa;
- *Stellarium*: é um planetário virtual de código aberto.

Este trabalho utilizará os softwares livres *Modellus* e *Stellarium*, cujos conceitos e características serão descritos a seguir.

1.2.2 *Modellus*

De acordo com o site do desenvolvedor, o *Modellus* é um software livre que permite a criação fácil e intuitiva de modelos matemáticos, por oferecer a possibilidade de criar animações de objetos interativos com propriedades matemáticas, permitindo a exploração de múltiplas representações e a análise de dados experimentais em forma de imagens, animações, gráficos e tabelas. Além de estar disponível em vários idiomas (português, inglês, espanhol chinês, grego etc.) e ser usado em todo o mundo com aplicação em várias áreas do conhecimento, o principal foco do *Modellus* é a modelação e o significado dos modelos.

Simulação computacional como esta, assim como essas atividades experimentais, é rara na maioria das escolas. Os recursos didáticos mais comuns no ensino de ciências no Brasil são aulas expositivas. Para Axt (1991), os motivos principais para isso, dentre outros, são: falta de tempo, de habilidade, de estímulo ou de conhecimento por parte dos professores.

Aulas expositivas podem gerar desinteresse em aprender ciências. Consequentemente, ter-se-á baixo nível de aprendizagem e alta taxa de repetência (SUBIP/SEDF, 2008)

Foi feito um estudo por Mendes (2012) demonstrando a eficiência entre teoria e simulação computacional com o software *Modellus*. Seu trabalho buscou "desenvolver e testar um produto educacional para o ensino de ciências que facilitasse a utilização de atividades experimentais, conjuntamente com simulações computacionais, como recurso instrucional". Para ele, a integração entre os domínios teórico e experimental, utilizando a modelagem computacional com o software *Modellus*, tornaria o aluno disposto a aprender Física e favoreceria uma aprendizagem significativa de acordo com a teoria de Aprendizagem Significativa de Ausubel, que também foi adotada neste trabalho. "...o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine-o de acordo".

Para verificar sua hipótese, Mendes (2012) verificou seis turmas do primeiro ano do Ensino Médio, dividindo-as em quatro grupos, sendo um deles o grupo controle. Os demais realizaram atividades experimentais ou modelagens computacionais ou ambas, aplicando testes antes e depois das intervenções a todos os grupos e questionários após as intervenções.

Ele destaca que este tipo de articulação, atividades experimentais, modelagens e simulações computacionais, é pouco pesquisado no intuito de obter aprendizagem significativa no ensino de ciências.

O foco de seu trabalho, por se tratar de alunos do Ensino Médio, foi tópicos de Mecânica. Mendes (2012) dividiu os tópicos em três etapas: "[...] realização de atividades experiências, exposição dos conhecimentos teóricos e simulação computacional (modelagem) através do software *Modellus*".

Em sua dissertação de mestrado, em 2009, Mendes (2012), anteriormente às pesquisas, construiu, junto aos estudantes, para suas atividades experimentais, "[...] uma base metálica de lançamento, um foguete e um túnel de vento feitos de garrafa PET e dois perfis de asa de avião feitos de isopor" e modelos matemáticos através do software *Modellus*, para as atividades de modelagem.

Ele usou, em suas atividades experimentais, o foguete e o avião, pois estes incorporam vários conceitos físicos. Baseando-se em Ausubel (2003) "[...] a assimilação de conceitos é facilitada quando se parte de ideias gerais (mais inclusivas) para ideias específicas (menos inclusivas)". Através do foguete e do avião podem-se estudar, como exemplo, os conceitos de massa, densidade, pressão, espaço, posição, tempo, força, impulso, aceleração, torque, ou seja, não apenas conceitos de Mecânica, mas também em Termodinâmica.

Em suas análises, Mendes (2012) percebeu que, "[...] para determinados tipos de problema, as atividades experimentais podem ser mais eficientes e, em outros tipos de problema, a modelagem é mais eficiente. Mas, no geral, a combinação das atividades experimentais e de modelagem é mais efetiva no desempenho dos grupos".

Em suas considerações finais, diz Mendes (2012) que, dentre as diversas formas de utilização do computador no ensino de ciências que encontrou em sua pesquisa, a modelagem computacional, pareceu a mais adequada para a sua proposta de trabalho, visto que o *Modellus* é um software livre, não exige computador de alto desempenho e não requer profundos conhecimentos em programação, sendo apenas necessário interpretar e descrever o fenômeno em linguagem matemática. Segundo ele, "a modelagem computacional com o software *Modellus* possibilita uma interação dos alunos com os conceitos físicos durante o processo de modelagem e exploração dos modelos".

1.2.3 *Stellarium*

Os trabalhos de Nardi (1996), Barrabín (1995), Camino (1995) e Vosniadou (2005) trazem concepções alternativas de estudantes e professores sobre fenômenos astronômicos, como, por exemplo, as diferenças entre as estações do ano, que são atribuídas à distância entre a Terra e o Sol; as fases da Lua são interpretadas como sendo provocadas pela sombra da Terra; confusão entre Astrologia e Astronomia; o entendimento de que o Sistema Solar termina em Plutão etc. De acordo com Teodoro (2000) e Langhi (2005), mesmo entre docentes, encontram-se concepções alternativas, semelhantes àquelas diagnosticadas em estudantes.

Foi feito um estudo por Andrade (2009) sobre a utilização do software *Stellarium*, no ensino de astronomia.

De acordo com o site do desenvolvedor, o *Stellarium* é um planetário de código aberto para computador, que mostra um céu realista em três dimensões igual ao visto a olho nu, com binóculos ou telescópio. Ele também pode ser usado em projetores, simulando planetários convencionais.

Há vários fenômenos que podem ser trabalhados com o *Stellarium*, segundo Andrade (2009). Entre eles, tem-se a sucessão de dias e noites: "Para esse fim, podemos utilizar o *Stellarium* para localizar o observador em qualquer local sobre a superfície da Terra, escolhendo a cidade ou entrando diretamente com as coordenadas geográficas."

É comum afirmar que a Lua só é visível durante a noite, ou que, durante esse período, o Sol se esconde por traz de algum obstáculo no horizonte, o que demonstra desconhecimento sobre a dinâmica rotacional da Terra (LANGHI, 2004). Utilizando o *Stellarium*, pode-se demonstrar que a Lua pode ser vista durante o dia. Simulando o "desaparecimento" da Terra, demonstra-se que, durante a noite, o Sol se encontra do lado oposto da superfície da terrestre.

O trabalho de Andrade (2009) tratou de outros fenômenos no *Stellarium*, como as fases da Lua e eclipses, com o intuito de desmistificar conceitos há muito enraizados em alunos e professores, mostrando o potencial educacional do software *Stellarium*:

[...] Apesar da importância que uma simulação assume devido a sua versatilidade com a possibilidade de controle de parâmetros como tempo, atmosfera, localização, etc., temos que registrar que é de vital importância que o professor complemente as atividades executadas nos simuladores com observações do céu. (ANDRADE, 2009)

Salientando que a complementação da modelagem com a observação do céu é de vital importância, segundo Medeiros (2002) "[...] a simulação é um modelo simplificado da realidade, sendo a realidade muito mais complexa, havendo assim um risco do uso da simulação não atingir os objetivos pedagógicos esperado pelo professor".

1.5. Princípios Básicos da Física de Buracos Negros

1.5.1. Conhecimentos Prévios da Física Newtoniana e Leis de Kepler

Newton foi o primeiro a criar uma formulação predizível para a Física através da matemática. A Segunda Lei de Newton vale também no caso da gravitação, em que a Força gravitacional cai com o inverso do quadrado da distância e proporcional ao produto das massas dos corpos envolvidos. Desta forma temos que

$$\vec{F}_G = -G \underbrace{\frac{Mm}{r^2}}_{GU} \frac{\vec{r}}{r} = \underbrace{\mu}_{LN} \vec{a} \quad \text{Equação (1)}$$

onde $\mu = M m/(M+m)$ é a massa reduzida que será analisada melhor nas seções que se seguem. Aqui se usa a notação, $|\mathbf{r}| = r$, que é o módulo do vector \mathbf{r} , e a quantidade \mathbf{r}/r é o vector unitário cujo módulo é igual a unidade. Desta forma, o vector unitário só dá a direção e o sentido da força. Aqui vale a pena explicar um pouco mais: em geral, quando esse conteúdo é trabalhado no Ensino Médio, os professores não trabalham com esse vector unitário, pois aparentemente confunde o aluno, optando por trabalhar com o módulo da força que é somente $F_G = G M m/r^2$. De forma que se pode trabalhar com o módulo da força resultante e depois colocar a direção e sentido analisando graficamente para onde está apontando a resultante da força. No entanto, em muitas ocasiões, é conveniente trabalhar em componentes. Vai ficar claro neste capítulo que o comportamento do módulo do vector pode ser completamente diferente de suas componentes.

Agora se discutem as leis de Kepler enunciadas no Quadro I, II e III.

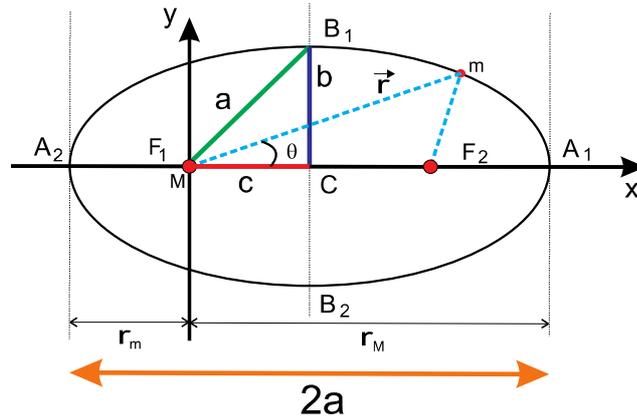
Quadro I: Primeira Lei de Kepler

Primeira Lei de Kepler
Todos os Planetas se movem em órbitas elípticas com o Sol em um dos focos.

Desta forma, no Quadro I, enunciou-se A Primeira Lei de Kepler, que diz que o movimento dos planetas segue uma órbita elíptica, e não circular, como muitas vezes é afirmado nas escolas, deixando os alunos sem entender muito dos fenômenos que ocorrem na natureza, como, por exemplo, a super-lua, que acontece quando a lua está numa órbita mais próxima da Terra.

Pode-se observar, na equação (1), a importância da formulação newtoniana em que se tem, do lado esquerdo, a Física envolvida e, do lado direito, a formulação matemática que pode ser usada em uma gama de fenômenos físicos no âmbito da Física Clássica. Com essa formulação, pode-se montar a equação diferencial, que representa o movimento de um planeta em torno do sol seguindo uma órbita elíptica, como mostra a Figura 2:

Figura 2: Órbita elíptica.



Deste modo, a equação diferencial vetorial que resulta da Eq. (1), que dá a dinâmica do corpo menos denso em torno do mais denso, é dada por

$$\mu \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + G \frac{Mm \vec{r}}{r^2} = 0 \quad \text{Equação (2)}$$

onde a Eq. (2) é chamada de equação diferencial da gravitação. A solução desta equação fornece todas as características das órbitas dos planetas. Apesar desta equação diferencial descrever a órbita do planeta em torno do Sol, é conveniente, do ponto de vista operacional, escrevê-la em componentes usando a transformação paramétricas $x = r \cos(\theta)$ e $y = r \sin(\theta)$. Fazendo as derivadas, tem-se:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2} \cos(\theta) - \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 x - 2 \left(\frac{dr}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \sin(\theta) - \frac{d^2 \theta}{dt^2} r \sin(\theta) \\ a_y &= \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2} \sin(\theta) - \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 y + 2 \left(\frac{dr}{dt} \right) \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \cos(\theta) + \frac{d^2 \theta}{dt^2} r \cos(\theta) \end{aligned} \quad \text{Equação (3)}$$

Usando a segunda lei de Kepler, apresentada no quadro II:

Quadro II: Segunda Lei de Kepler

Segunda Lei de Kepler	
<p>A reta que liga um planeta ao Sol, que está em um dos polos de uma elipse, varre áreas iguais no plano da órbita do planeta em intervalos iguais, ou seja, a taxa de variação da área A com o tempo é constante.</p>	
$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \omega$	Equação (4)

Desta forma do quadro II, tem-se

$$\begin{aligned}
 v_x &= \frac{dr}{dt} \cos(\theta) - \frac{d\theta}{dt} y & a_x &= \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2} \cos(\theta) - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 x \\
 v_y &= \frac{dr}{dt} \sin(\theta) + \frac{d\theta}{dt} x & a_y &= \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2} \sin(\theta) - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 y
 \end{aligned}$$

Equação (5)

com as condições:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

Equação (6)

$$\frac{d^2A}{dt^2} = 0$$

fazendo o módulo da aceleração

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \ddot{r} - r\omega^2$$

Equação (7)

e igualando ao módulo da força que é na lei de Newton, tem-se:

Equação (8)

$$\ddot{r} - r\omega^2 = -G \frac{(m+M)}{r^2}$$

e da lei das áreas tem-se:

$$r\alpha + 2\frac{dr}{dt}\omega = \frac{d^2A}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{d(r^2\omega)}{dt} = 0 \quad \text{Equação (9)}$$

onde

$$\ddot{r} = \frac{d^2r}{dt^2}, \dot{r} = \frac{dr}{dt}, \omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ e } \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

Antes de resolver essas equações, um aspecto importante é o cálculo do momento angular. Sabe-se que os problemas que representam as rotações apresentam uma quantidade chamada de torque. Este é dado pela variação de uma quantidade chamada momento angular, que rotularemos como o \mathbf{L} . O momento angular é definido como sendo $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, no entanto, se se considerarem os pontos A_1 e A_2 da Figura 1.1, pode ser verificada a lei de conservação do momento angular:

$$L_1 = \mu r_M p_1 = L_2 = \mu r_m p_2 \quad \text{Equação (10)}$$

Desta forma, existe uma componente do momento angular que sempre é conservada e está ligada ao momento linear perpendicular ao raio r da elipse, logo:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2\mu} \quad \text{Equação (11)}$$

em que o L , que é representado aqui, é constante. A informação que vem da equação (10) é que a prova da Lei de Kepler consta na tabela II:

$$A = A_0 + \frac{1}{2} \frac{L}{\mu} t$$

ou seja, as áreas respeitam a um movimento uniforme. Agora se fará aqui explicitamente a solução da equação (9). É importante ressaltar que, apesar de ser feita em componentes, o que pareceu mais didático, a equação (9) vem da equação (2). Se usarmos a formulação polar, é conveniente reescrever a equação (9) em função do momento angular, que mostra

$$\ddot{r} - \frac{L^2}{r^3 \mu^2} = -G \frac{(m+M)}{r^2} \quad \text{Equação (12)}$$

por conveniência, os detalhes desta solução estão no apêndice I, que resulta em:

$$r = \frac{L^2}{G\mu^2 M_T [1 - \epsilon \cos(\theta)]} \quad \text{Equação (13)}$$

com $M_T = M + m$ e ϵ é a excentricidade. Será entendido agora como se encontrou essa excentricidade e como se chegou à Terceira Lei de Kepler, que diz:

Quadro III: Terceira Lei de Kepler

Terceira Lei de Kepler
O quadrado do período de qualquer planeta é proporcional ao cubo do semieixo maior da órbita

Para encontrar o período, estuda-se antes a relação da excentricidade com o raio mínimo, ou periélio r_m , que é o menor raio que a fonte de menor densidade chega da fonte de maior densidade, no caso aqui Sol e Terra, e o afélio, que é o raio em que a Terra está mais distante do Sol, r_M . Para isso, usou-se a solução da equação radial (13). Considerando que o planeta gira em órbita elíptica em sentido anti-horário no referencial adotado na Figura 1.2, têm-se dois raios importantes, como mostram as relações abaixo:

$$r_M = \frac{L^2}{G\mu^2 M_T (1 - \epsilon)} \quad \theta = 0 \quad \text{Equação (14)}$$

$$r_m = \frac{L^2}{G\mu^2 M_T (1 + \epsilon)} \quad \theta = \pi \quad \text{Equação (15)}$$

Manipulando as equações (14) e (15), tem-se a excentricidade ϵ em função dos raios

$$\epsilon = \frac{r_M - r_m}{r_M + r_m} \quad \text{Equação (16)}$$

As relações entre a, b e c são:

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{2}(r_M + r_m) \\
 r_M = c + a \Rightarrow c &= r_M - a = \frac{1}{2}(r_M - r_m) \\
 b &= \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{r_M r_m}
 \end{aligned}
 \tag{Equação (16)}$$

uma relação interessante vem de (14) e (15), que podem ser escritos como:

$$(1 - \epsilon) = \frac{L^2}{G\mu^2 M_T r_M} \tag{Equação (17)}$$

$$(1 + \epsilon) = \frac{L^2}{G\mu^2 M_T r_m} \tag{Equação (18)}$$

Somando esses dois termos, encontra-se uma relação importante:

$$\frac{b^2}{a} = \frac{L^2}{G\mu^2 M_T} \tag{Equação (19)}$$

Agora há condições para se encontrar o período, usando a equação (11). Numa volta completa, um planeta, considerando a órbita elíptica, percorre toda a área que é $\square A = \square ab = L/2 \square T$, em que T é o período de rotação do planeta, que mostra:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \mu^2 a^2 b^2}{L^2} = \frac{4\pi^2}{GM_T} a^3 \tag{Equação (20)}$$

Desta forma, comprovam-se todas as Leis de Kepler. Na próxima seção será visto como expor isso numa linguagem fácil pegando carona com os elementos de astronomia para que o estudante possa entender melhor os fenômenos que ocorrem na natureza.

1.5.2. As Bases do conhecimento em Física e os Buracos Negros

Nesta seção, serão discutidos brevemente alguns aspectos das teorias em Física importantes para o estudo dos buracos negros. Se a proposta é introduzir estas discussões em nível médio, é necessário entender um pouco mais da metodologia científica.

No diagrama de Venn, exibido na Figura 3, pode ser verificado que a Física Clássica pode ser encarada como o limite de teorias mais complexas e, por esse motivo, não pode ser abandonada.

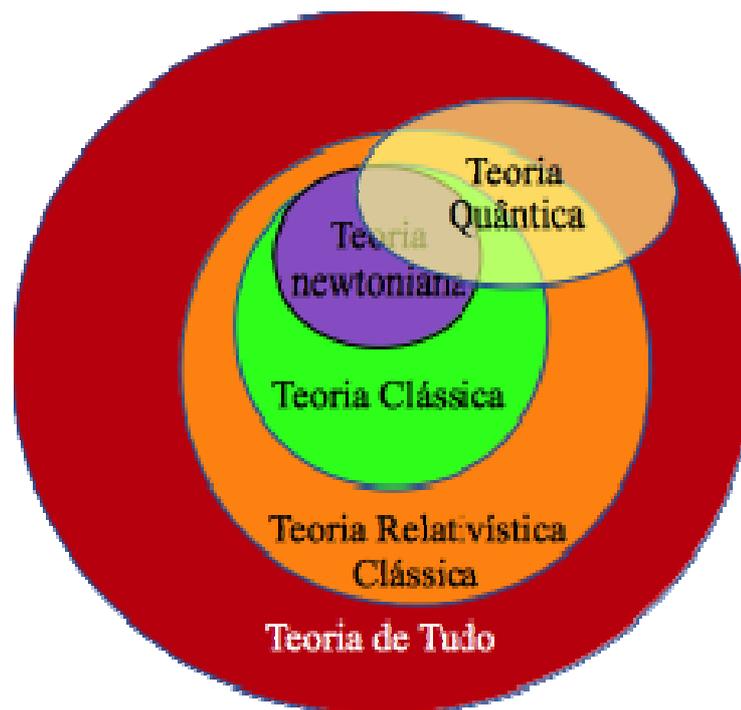


Figura 3: Mostra a abrangência das principais teorias fundamentais existentes na física atual.

As interseções dos diagramas de Venn mostram a unificação de teorias. Pode-se citar como principais unificações: 1) O Eletromagnetismo é uma teoria relativística quando é quantizado da origem da eletrodinâmica quântica. Se se considerar a teoria de grupos, pode-se montar o modelo padrão das partículas elementares; 2) A Relatividade Geral tem um limite de campos fracos, que resulta na gravitação newtoniana. A Relatividade Geral é uma teoria relativística clássica. Pode ser vista, no diagrama, a importância da física newtoniana como

base inicial do pensamento científico; portanto, não se podem introduzir novos conceitos sem passar por essa base.

A figura 3 ilustra, esquematicamente, as formas de aquisição do conhecimento. Primeiramente, neste trabalho, parte-se da ideia de que existem informações a que nunca se terá acesso. Na Teoria da Relatividade de Einstein, esse conceito pode ser confirmado, pois existem regiões do Universo de onde a luz jamais chegará à Terra, isso se se considerar que a velocidade da luz é a máxima velocidade que se pode atingir. A teoria da Mecânica Quântica oferece uma outra pista nesta direção, dizendo que é impossível se ter uma medida exata das propriedades das partículas quânticas. Essa ideia foi formulada primeiramente por Heisenberg, no seu Princípio da Incerteza, que diz que “se podemos medir o momento da partícula não podemos medir a sua posição e se medimos a sua posição não podemos medir seu momento”.

Mais tarde, com a formulação do modelo padrão das partículas elementares, com a proposição de uma Teoria Quântica de Campos, formulou-se a Cromo Dinâmica Quântica, para estudar o comportamento nuclear das partículas, verificando que prótons e nêutrons não são partículas elementares, mas compostos de quarks, que respeitam a liberdade assintótica, que proíbe ver essas partículas livres. Desta forma, jamais se terá acesso a suas propriedades individuais. Por estes motivos, o diagrama da figura 2 contém um quadro contendo eventos que nunca poderão ser medidos, mas que podem gerar tantos dados abstratos que ainda não puderam ser acessíveis (mas que, em algum dia, poderão ser analisados) e também dados abstratos e concretos que podem ser analisados.

No jargão utilizado aqui, consideraram-se eventos concretos perceptíveis aqueles que podem ser observados por algum dispositivo físico. Desses eventos, podem se tirar questionamentos que levarão a experimentações e, então, à formulação de teorias; ou simplesmente fornecer informações que dará dados ditando comportamentos para formulação das teorias matemáticas. Nos ramos dos eventos abstratos perceptíveis, estes também levam a questionamentos, mas que não necessariamente passam por experimentos e podem ser intuídos, levando à formulação de teorias matemáticas que são potenciais de serem comprovadas indiretamente. Já a informação dos eventos que nunca serão acessíveis diretamente nunca será conhecida, e o único acesso é por teoria matemática via Lei de Conservação ou Simetrias. Como exemplo desses eventos, podem-se citar aqueles que poderão ser previstos pela Teoria de Supercordas, se esta explicar qualquer experimento observável físico. Esta pode revelar a unificação de tudo. Se reproduzir fatos que já foram comprovados por outras teorias, esta tem um papel não de comprovação experimental, mas,

sim, de conectar todas as teorias existentes. Isso é importante, pois a gravitação, até hoje, ainda não pode ser unificada, pois ainda não se sabe sua natureza quântica.

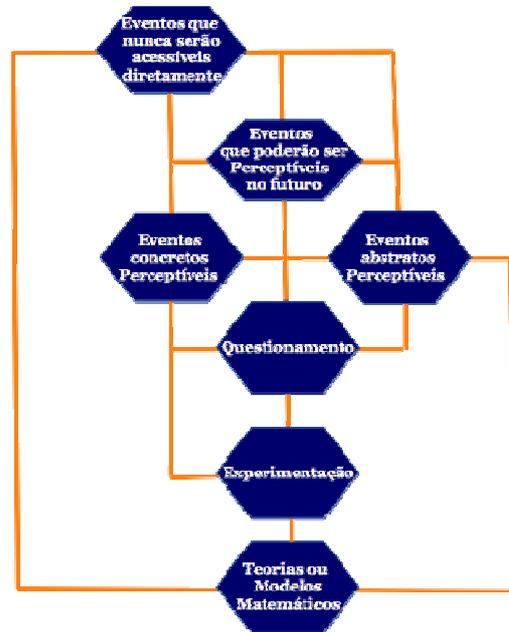


Figura 4: Diagrama que mostra os tipos de acesso a informação que temos com as teorias atuais.

No caso da Física de Buracos negros, apesar de precisar de todas as teorias para ser bem formulada, tem seus conceitos fundamentais na Teoria da Evolução e Morte Estelar. Esta considera que as estrelas têm sua origem nas nebulosas, nuvens densas no espaço sideral compostas, na sua maior parte, de hidrogênio. Quando esses elementos estão na forma gasosa, atraem-se, formando uma estrutura chamada protoestrela, em que, a uma determinada temperatura, a partir de então, inicia-se um processo de fusão, transformando hidrogênio em hélio e hélio em elementos mais pesados, até a formação de ferro, sempre liberando energia, que chega à Terra através de ondas eletromagnéticas.

Quando a condensação de hidrogênio tem uma massa menor do que $0,8 M_{\odot}$, seu núcleo não alcançará uma temperatura suficiente para desencadear o processo de fusão e dá origem a estrelas conhecidas como anãs marrons. Quando a estrela se forma com uma massa entre $0,8$ e $10M_{\odot}$, seu centro consegue atingir tal temperatura desencadeando o processo de

fusão do hidrogênio. Após a queima do hidrogênio, a estrela se expandirá, passando pela fase gigante vermelha, super-gigante vermelha e ejetará uma nebulosa planetária terminando sua vida como uma anã branca.

Se a estrela se inicia com uma massa maior que $10M_{\odot}$, em algum momento de sua evolução, começará a produzir ferro. A partir desse momento, o processo deixa de liberar energia para consumir, desequilibrando o estado estável do corpo e dando origem a uma explosão que eliminará grande parte da matéria da estrela original. Essa explosão é chamada supernova. A matéria remanescente da supernova dará origem a uma estrela de nêutrons se a massa inicial da estrela está entre 10 e $25M_{\odot}$.

Quando sua massa inicial é maior do que $25M_{\odot}$, então a matéria remanescente se contrairá até um ponto, dando origem a um buraco negro, um corpo celeste capaz de aprisionar a própria luz em seu interior. O buraco negro mais próximo da Terra está aproximadamente há 1600 anos-luz (MEDEIROS, 2007). Na modelagem matemática mostrada no apêndice, pode ser vista essa evolução e como introduzir esses conceitos para o Ensino Médio.

Uma das grandes contribuições para a Física vinda da Física de Buracos Negros é a sua ligação com a Termodinâmica. A Termodinâmica Clássica e a Relatividade Geral, até hoje, são, em geral, estudadas separadamente, e seus desenvolvimentos teóricos têm áreas de aplicação relativamente distantes. Não é novidade, no entanto, que o estudo do Universo e dos astros passa necessariamente pela compreensão não só de sua dinâmica, mas também pela sua evolução térmica (TOLMAN, 1930).

Apesar disso, a relação entre as quantidades termodinâmicas e quantidades dinâmicas do campo gravitacional sempre foi tratada com certo estranhamento e descrença. O desenvolvimento da Teoria de Buracos Negros, a partir da solução de Schwarzschild (1916), e da Teoria do Colapso Gravitacional trouxe novas e intrigantes questões para a relação entre as grandezas físicas das duas áreas. Buracos negros têm a propriedade de impedir que qualquer coisa que se aproxime da sua fronteira, também conhecida como horizonte de eventos, escape.

Mesmo através da gravitação newtoniana, é possível mostrar que um corpo com a massa M que seja diminuindo a um raio menor que $2GM=c^2$ terá velocidade de escape maior do que a da luz. Isso significa que, ao atravessar esse horizonte, a matéria efetivamente "desaparece". Dessa forma, buracos negros têm a estranha propriedade de absorver tudo que se aproxima dele, tornando impossível saber o que, de fato, aconteceu com a matéria que foi engolida por ele, fazendo com que haja, assim, uma perda de informação.

O Crescimento Obrigatório - também conhecido como Teorema da Área (JACOBSON, 1996) - e a aparente destruição de informação pelo buraco negro podem ser associados diretamente ao conceito de Entropia. Mesmo em sua formação, através de um colapso estelar. Esses parâmetros (massa, momento angular e carga, para um buraco negro genérico de Kerr-Newman) determinam toda a informação acessível a um observador externo ao horizonte. Em certo sentido, esse fato é análogo ao processo de organização de um gás, mensurado pela entropia. As colisões entre as moléculas destroem gradualmente a informação inicial a respeito do sistema, espalhando-a pelos graus de liberdade microscópicos e tornando-a essencialmente inacessível (DAVIES, 1978), a não ser pelo conjunto de parâmetros termodinâmicos macroscópicos.

Para o caso dos buracos negros, isso significa que quanto maior ele for, mais informação terá absorvido. Dessa forma, uma medida de entropia deve estar intimamente relacionada ao seu tamanho. Em 1973, Jacob Bekenstein (1973) propôs uma relação de proporcionalidade entre a entropia do buraco negro e sua área, quase ao mesmo tempo que Hawking, Carter e Bardeen (1973) desenvolveram as leis da Mecânica desses sistemas, que são análogas às leis da Termodinâmica Clássica. Apesar das analogias claras, um tratamento puramente clássico não poderia ser suficiente para explicar como um sistema que não permite que nenhuma matéria escape dele pudesse ter uma temperatura associada a ele.

Essa questão foi resolvida por Hawking, (1974), utilizando conceitos de Teoria Quântica de Campos. Foi demonstrado que um campo, no vácuo, pode gerar pares de partícula-antipartícula que teriam um espectro de radiação que seria o responsável por gerar uma temperatura associada a esse campo. Esse conceito quântico aplicado ao problema dos buracos negros demonstrou que era possível que pares desse tipo surgissem na região próxima ao horizonte de eventos.

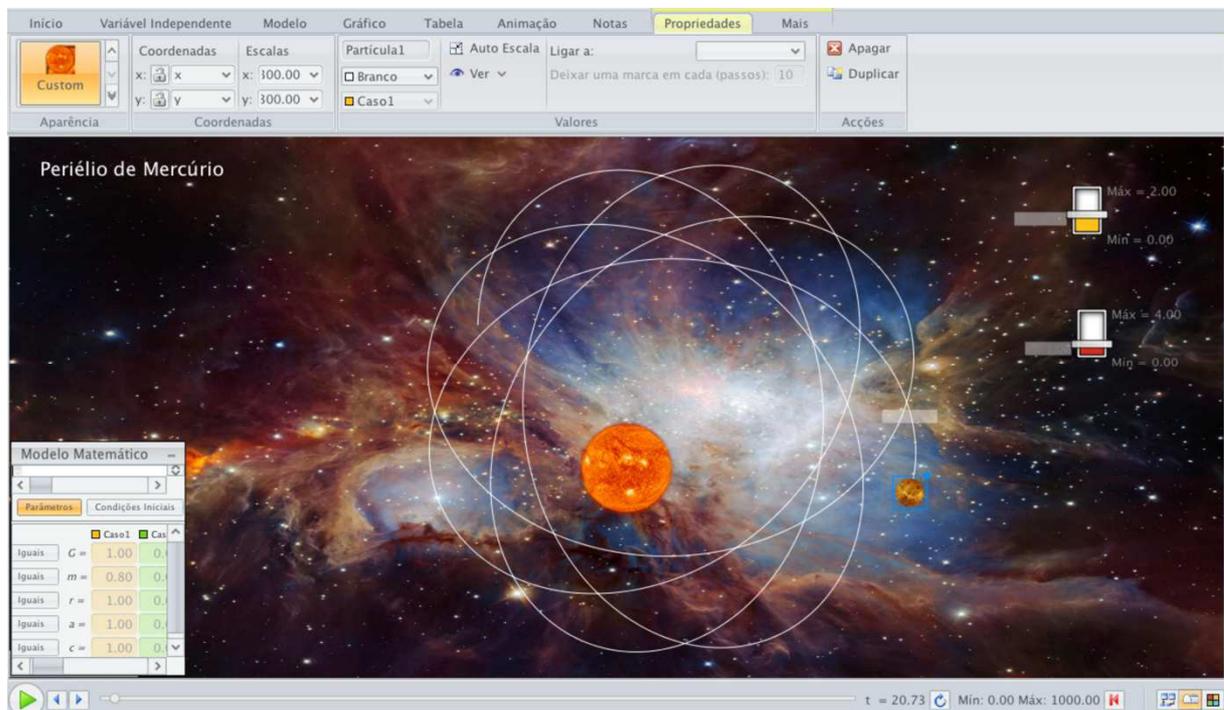
A partir dessa rápida sequência de desenvolvimentos teóricos, a Termodinâmica de Buracos Negros tornou-se um ponto de interesse para o teste de vários modelos teóricos (sobre esse tópico, recomenda-se Wald (1999) e suas referências para uma revisão). Mais recentemente, cenários mais complexos, em que outros modelos gravitacionais são utilizados para analisar as relações descobertas por Hawking, Bardeen, Carter e Bekenstein, têm sido estudados, como em soluções de Schwarzschild modificadas (CAI, CAO & OHTA 2010; KIM, SON e YON, 2008) em buracos negros *Born-Infeld-anti-de Sitter* (MYUNG & KIM EPARK, 2008) e também em cenários de gravitação modificada $f(R)$ (DOMBRIZ, DOBADO & MAROTO, 2008).

1.5.3. O estudo das geodésicas: partículas testes nas imediações de buracos negros

Neste trabalho, enfocou-se nos aspectos cinemáticos juntamente à dinâmica das leis físicas. Por este motivo, também na Física de Buracos Negros, foram explorados esses aspectos. A escolha desta abordagem vem do fato de o modelador matemático ser uma ótima ferramenta para a tradução do jargão matemático.

Na seção anterior, analisou-se o caso das Leis de Kepler, usando a Gravitação Universal de Newton. Verificou-se que as órbitas dos planetas, luas etc. são elípticas, com excentricidade que depende da órbita. Em fato, a excentricidade define o tamanho dos raios maiores e menores da elipse, como foi visto na seção anterior. Como já foi falado anteriormente, o problema do periélio de mercúrio não satisfaz essas órbitas. Somente Einstein conseguiu descrever esse fenômeno denominado Periélio de Mercúrio. Isso se deve ao fato de Mercúrio ser muito menos massivo que o Sol e estar bem próximo deste, exemplificado na modelagem da Figura 5.

Figura 5: Geodésica do periélio de Mercúrio



Antes de mais nada, o leitor tem de saber que, no caso das equações de Einstein, é necessária a definição da métrica para este problema. O conceito de métrica pode ser bem entendido se se pensar na relatividade restrita. Neste caso, sem massa, a distância entre dois pontos (Δs), que, no espaço euclidiano e em duas dimensões, é definida como um teorema de Pitágoras $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$. Generalizando para 4-dimensões, ter-se-ia:

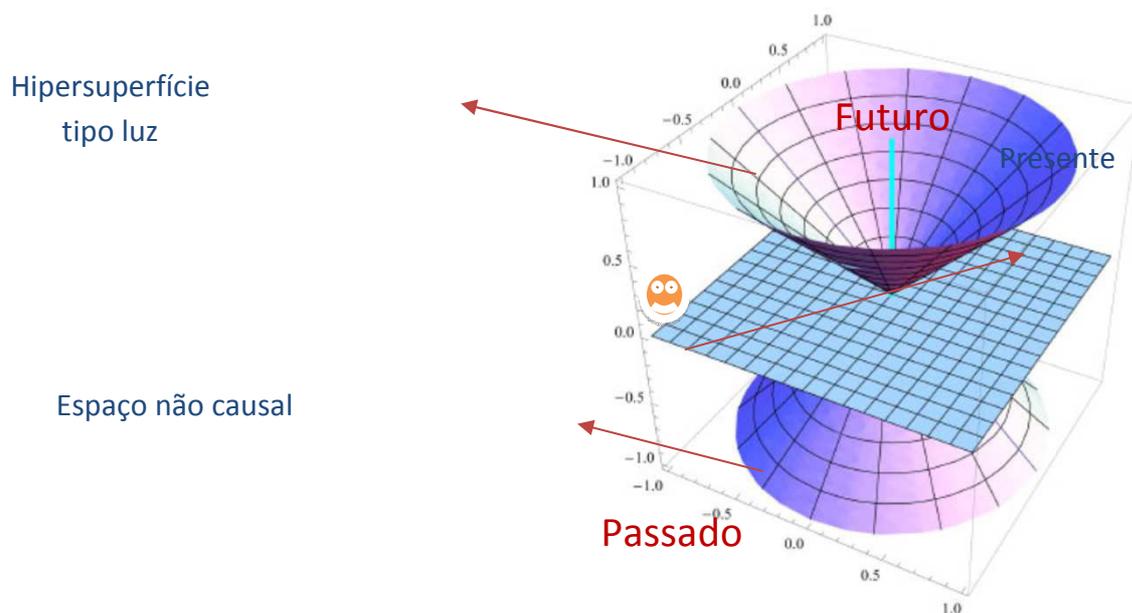
$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \quad \text{Equação (21)}$$

A distância entre dois pontos, em qualquer tipo de espaço, é chamada de métrica, no caso de Einstein, para se ter a invariância das equações do eletromagnetismo, ou seja, que dois observadores vejam o mesmo fenômeno. Independentemente do referencial, existe um sinal de menos entre a parte temporal e a parte espacial:

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 \quad \text{Equação (22)}$$

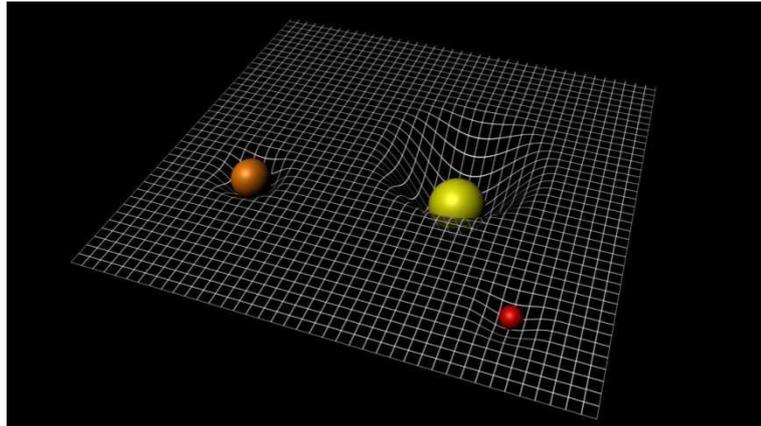
Essa métrica pode ser entendida com ajuda do cone de luz, conforme mostra a Figura 6.

Figura 6: Gráfico simulando o espaço-tempo de Einstein em 3D, feito pelo *software* MAPLE.



No caso do espaço-tempo, quando existe massa, a relatividade restrita passa a ser a relatividade geral, e o espaço tempo passa a ser curvo. No caso do espaço curvo, o espaço-tempo, passa a ser como é mostrado na Figura 7.

Figura 7: a massa curvando o espaço-tempo representado pela grade branca.



Fonte: http://www.esa.int/spaceinimages/Images/2015/09/Spacetime_curvature

A métrica do espaço-tempo, neste caso, deforma, para o Sol e a Terra. Pode-se representar a curvatura com a métrica de Schwarzschild, que, em 4 dimensões, pode ser escrita como:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GMc^{-2}}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2GMc^{-2}}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2 \quad \square \quad \text{Equação (23)}$$

em que c é a velocidade da luz, G é a constante de Newton da gravitação, e M é a massa do planeta. Nessa equação, trocou-se o delta pela derivada só para se ter mais precisão. Nesses cálculos, não é necessário métrica completa da equação (23), com as componentes angulares (compactas). Foram usadas aqui somente as componentes “tt” e “rr”, da métrica. Desta forma, as equações da geodésica para essas componentes se reduzem a:

$$\ddot{x}^k + (\Gamma^k_{\alpha\beta} - \Gamma^0_{\alpha\beta})\dot{x}^\alpha\dot{x}^\beta = 0 \quad \text{Equação (24)}$$

em que os pontos se referem à derivada temporal e aos índices latinos $k = 1, \dots, 3$ e gregos $\alpha = 0, \dots, 3$. Nas equações da geodésica, entra um novo ingrediente, chamado de conexão ou símbolo de Christoffel. Essas conexões trazem a dinâmica da métrica como:

$$\Gamma^{\alpha}_{\rho\sigma} = \frac{1}{2}g^{\alpha\lambda} \left(\frac{\partial g_{\lambda\rho}}{\partial x^{\sigma}} + \frac{\partial g_{\lambda\sigma}}{\partial x^{\rho}} - \frac{\partial g_{\rho\sigma}}{\partial x^{\lambda}} \right) \quad \text{Equação (25)}$$

Parece mais complicado, mas, no final do cálculo para uma métrica específica, acaba-se também com equações diferenciais, que podem ser colocadas no modelador. Desta forma, as equações diferenciais que descrevem esse sistema no formalismo de Einstein são:

$$\ddot{x} = -2G\frac{M}{r^3}x + \frac{2GM}{c^2} \left[-2\frac{(v_x^2 + v_y^2)}{r^3}x + \frac{2GM}{r^4}x + 2\frac{(v_x x + v_y y)}{r^3}v_x + \frac{3}{2r^5}(xv_x + yv_y)^2x \right] \quad \text{Equação (26)}$$

$$\ddot{y} = -2G\frac{M}{r^3}y + \frac{2GM}{c^2} \left[-2\frac{(v_x^2 + v_y^2)}{r^3}y + \frac{2GM}{r^4}y + 2\frac{(v_x x + v_y y)}{r^3}v_y + \frac{3}{2r^5}(xv_x + yv_y)^2y \right] \quad \text{Equação (27)}$$

Como no caso das equações das órbitas de Kepler, a equação também só depende da massa da fonte, no caso, a massa do Sol “M”. As equações podem ser escritas com relação ao módulo como:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + \frac{GM}{r^2} = \frac{2GM}{c^2} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{\dot{r}}{r} \right)^2 - \dot{\theta}^2 + \frac{GM}{r^3} \right] \quad \text{Equação (28)}$$

$$2r\dot{r}\dot{\theta} + r^2\ddot{\theta} = \frac{2GM}{c^2}\dot{r}\dot{\theta} \quad \text{Equação (29)}$$

Comparando essas equações com (8) e (9) da seção de Lei de Kepler, pode ser visto que, quando a massa $M \ll c$, voltam-se a obter as equações de Kepler. Fazendo o mesmo procedimento usado para as equações das órbitas, obtém-se a solução em função da excentricidade e momento angular como:

$$r = \frac{L^2}{GM[1 - \epsilon \cos(\zeta\theta)]} \quad \text{Equação (30)}$$

$$\zeta^2 = 1 - \left(\frac{6GM}{cJ} \right)^2 \quad \text{Equação (31)}$$

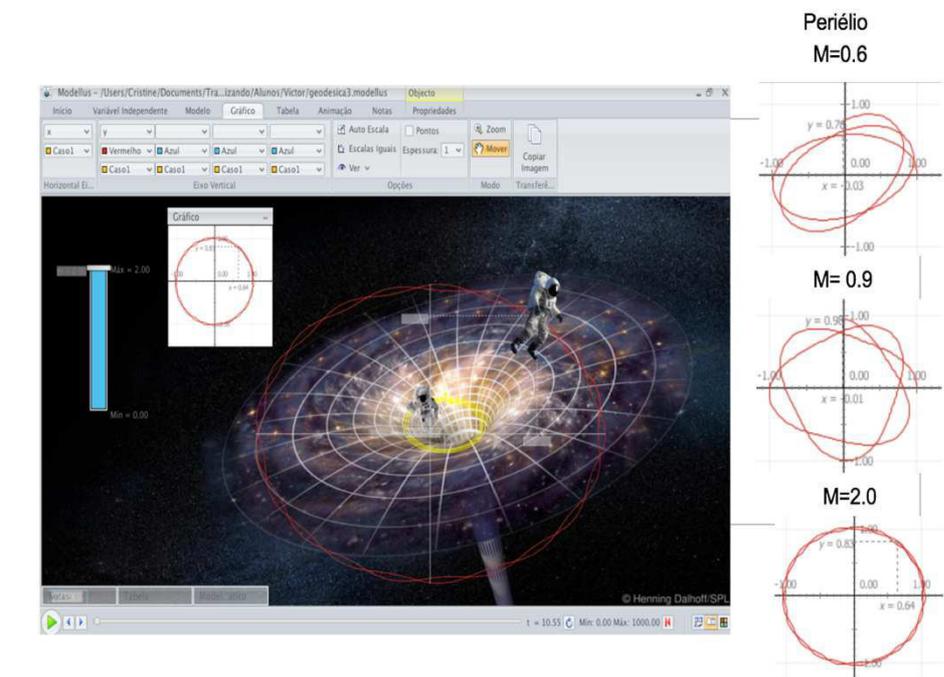
É claro que aqui a noção e a massa reduzida não foram usadas, mas vê-se que a diferença entre a solução e de Kepler (13) e a equação (30) é devido ao aparecimento de uma constante na parte angular ζ , que tende a 1 quando $M \ll c$.

Esse fato permite calcular o desvio da órbita de Kepler, na Figura 5, como:

$$\Delta\theta = \frac{6\pi GM}{c^2 a(1 - \epsilon^2)} \quad \text{Equação (32)}$$

Como essas relações são funcionais, elas podem ser facilmente introduzidas no Ensino Médio, como pode ser visto no caderno de atividades.

Figura 8: Forma das geodésicas à medida que a massa aumenta



No caso de gravitação forte $M \gg c$, os termos que contém a massa ficam muito grandes. Neste caso, a trajetória se assemelha a um círculo, e se teria um buraco negro se a massa da estrela geradora estiver entre $25M_{\text{Sol}} < M < 100 M_{\text{Sol}}$. Desse modo, forma da geodésica passa a ser um círculo, como mostra a Figura 8, que indica a modelagem com as equações da geodésica para este limite.

1.5.4. Deflexão da luz próxima de corpos muito massivos e o horizonte de eventos

Na discussão inicial, das estrelas negras, Michell introduziu a ideia de que uma estrela massiva teria um campo gravitacional tão forte que nem mesmo a luz seria capaz de não sentir sua presença, podendo até ser sugada por tal estrela. Nesta seção, foi estudado o caso em que luz deflete ao passar por um corpo muito massivo, podendo orbitar a estrela geradora ou, até mesmo, cair dentro dela, tornando, neste último caso a estrela invisível.

Para este cálculo, podem-se utilizar também as geodésicas da seção anterior, usando a condição que $ds = 0$. Desta forma, par ao caso da métrica de Schwarzschild, que é o foco aqui, fornece:

$$\frac{1}{c^2} (1 + 2GM^2r) \left[(x^k x^k) + \frac{2GM}{c^2} (x^k x^k)^2 \right] = 1 \quad \text{Equação (33)}$$

Como feito anteriormente, em coordenadas polares, tem-se

$$(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) + \frac{4GM}{c^2} \frac{\dot{r}^2}{r} + \frac{2GM}{c^2} r \dot{\theta}^2 = c^2 \quad \text{Equação (34)}$$

A solução para esta equação é dada por

$$r = \frac{c^2 R^2}{c^2 R \sin(\theta) + GM[1 + \cos(\theta)^2]} \quad \text{Equação (35)}$$

Desta forma, o ângulo de deflexão da luz é dado por:

$$\Delta\theta = \frac{4GM}{c^2 R} \quad \text{Equação (36)}$$

Na modelagem da Figura 9, pode-se ver a trajetória do fóton ao passar pelo campo gravitacional do Sol. Nessa modelagem, pode ser visto que, quando se mexe com a massa do sol, a luz se curva cada vez mais, de forma que chega a um ponto que não consegue mais escapar da estrela. Assim, a estrela teria uma massa equivalente à de um buraco negro.

O raio do horizonte de eventos r_H , que é o raio limite do qual nem mesmo a luz pode escapar, pode ser calculado facilmente da métrica (23). Quando $r \rightarrow 0$ $dr \rightarrow 0$, então tem-se que:

$$\left(1 - \frac{2GMc^{-2}}{r_H}\right) = 0 \quad \text{Equação (37)}$$

Desta forma, o raio do horizonte de eventos é dado por $r_H = 2GM/c^2$. Na modelagem da Figura 8, a ideia do raio do horizonte de eventos pode ser visualizada. Pode ser visto que, para o astronauta na trajetória em amarelo, a órbita é instável, com uma componente de aceleração para dentro do buraco negro. Nessa simulação, a ideia foi visualizar que, quando ultrapassado, o raio do horizonte, também chamado de raio de Schwartzchild não pode mais escapar da força gravitacional. Sabe-se muito pouco sobre o movimento de objetos dentro de buracos negros, mas a ideia é de que, quanto mais próximo, mais fechada seja a órbita, e os pés do astronauta experimentariam uma força maior que a cabeça. Desta forma, o astronauta seria deformado na direção do centro do buraco negro. O segundo astronauta, que estaria mais longe, em uma região onde o raio da órbita é maior que o raio de Schwartzchild, experimentaria uma órbita estável. Com as características mostradas na modelagem, ou seja, à medida que a massa do BH é maior, a geodésica exibe uma órbita cada vez mais circular com uma região de periélio cada vez menor.

2 METODOLOGIA

Este capítulo compreende o estudo da metodologia da pesquisa empregada na intervenção didática, em que foram discutidos alguns aspectos: o ensino, a aprendizagem e o tipo de pesquisa. O aspecto motivacional é pré-requisito para obter uma aprendizagem potencialmente significativa.

2.1 O Ensino

2.1.1. O material didático:

Nesta seção, foi trabalhado o aspecto da preparação do material. O objetivo foi discutir as maneiras pelas quais pode-se desenvolver uma proposta didática que realmente proporcione uma aprendizagem potencialmente significativa. No entanto, o material preparado pelo professor, para atender ao requisito de ensinar Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, não pode levar em conta somente fatores isolados. O sucesso em sua preparação depende de alguns ingredientes básicos que são exemplificados na Figura 11.

Figura 11: Fatores envolvidos na escolha das atividades didáticas



No produto didático advindo desta dissertação, foram discutidos alguns aspectos dos listados na Figura 11.

2.1 O Tipo de Pesquisa

A pesquisa empregada foi qualitativa (interpretativa). O objetivo principal desse tipo de pesquisa consiste em interpretar significados atribuídos pelos sujeitos a suas ações em uma realidade socialmente construída, por meio de observação participativa, ou seja, o pesquisador encontra-se submerso nos fenômenos de interesse. Os dados coletados através desta participação ativa são de natureza qualitativa. O pesquisador tem como objetivo buscar universais concretos, que são obtidos do estudo aprofundado de casos particulares e da comparação desse caso com outros já analisados também de forma profunda. Ele também busca credibilidade para seus modelos interpretativos por meio de uma narrativa detalhada (MOREIRA; ROSA, 2009).

De acordo com André (1998 *apud* MOREIRA & ROSA, 2009, p.8):

A pesquisa qualitativa é chamada também naturalista porque não envolve manipulação de variáveis, nem tratamento experimental (é o estudo do fenômeno em seu acontecer natural); fenomenológica porque enfatiza os aspectos subjetivos do comportamento humano, o mundo do sujeito, suas experiências cotidianas, suas interações sociais e os significados que dá essas experiências e interações; interacionista simbólica porque toma como pressuposto que a experiência humana é mediada pela interpretação, a qual não se dá de forma autônoma, mas na medida em que o indivíduo interage com outro, é por meio de interações sociais como vão sendo construídas as interpretações, os significados, a visão de realidade do sujeito (ANDRÉ, 1998, p. 17-18).

Na visão de Erickson (1986), a pesquisa qualitativa interpretativa envolve:

- 1- Participação intensa e ampla no contexto pesquisado;
- 2- Registros cuidadosos do que ocorre no contexto pesquisado (ex.: anotações, documentos, gravações em áudio ou vídeo etc.);
- 3- Análise reflexiva e descrição detalhada de todos os registros e evidências (ex: utilizando a narrativa e transcrições literais de verbalizações dos sujeitos).

Para Erickson (1986 *apud* MOREIRA & ROSA, 2009, p. 8):

[...] a tarefa da pesquisa interpretativa é descobrir maneiras específicas através das quais formas locais e não locais de organização social e cultural se relacionam com atividades de pessoas específicas em suas eleições e ações sociais conjuntas. Para a pesquisa na sala de aula,

isso significa descobrir como as escolhas e ações de todos os atores constituem um currículo prescrito em um ambiente de aprendizagem. Professores e alunos juntos e interagindo adquirem, compartilham e criam significados não só através dos sistemas linguístico e matemático, mas também por meio de outros sistemas como a ideologia política, os pressupostos das subculturas étnicas e sociais a respeito do papel de mulheres e homens, das relações adequadas entre adultos e crianças, etc., isto é, por aculturações.

2.2.1 Os Sujeitos

O material foi aplicado em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio diurno do Colégio Estadual Sylvio Bastos Tavares, localizado no Parque Rosário, Campos dos Goytacazes-RJ.

Figura 13: Dependências interna e fachada da escola Estadual Sylvio Bastos Tavares



De acordo com o censo de 2016, possui 84 funcionários e 15 salas de aula.

Dados coletados a partir do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) de 2015:

- **Participantes:** 72 alunos - Taxa de participação: 61,11%;
- **Redação:** 519,55;
- **Linguagens e Códigos:** 497,79;
- **Ciências Humanas:** 540,58;
- **Matemática:** 443,82;
- **Ciências da Natureza:** 459,79.

A escola está situada em área residencial com poucos comércios próximos e possui: biblioteca, laboratório de Biologia, laboratório de Informática com, aproximadamente, 10 m² e 15 computadores com sistema Linux educacional, sistema de wi-fi desativado, uma TV

de tubo 14" CCE e um sistema de data show e notebook acoplados com sistema Linux educacional.

O público avaliado foi a Turma 1003, composta por, aproximadamente, 40 alunos com faixa etária média de 15 anos, de classe baixa e média; e a turma 2003, composta por, aproximadamente, 15 alunos com faixa etária média de 16 anos, de classe baixa e média.

2.2.2. Os Instrumentos

Observações docentes e o processo avaliativo:

O processo avaliativo tradicional cria uma barreira para uma aprendizagem potencialmente significativa. Os alunos que focam resultados avaliativos, como notas em provas e testes, apresentam a alunos focados no conteúdo a ser ministrado. Tais alunos, focados puramente em notas bimestrais demonstram uma aprendizagem puramente mecânica, em que o conteúdo absorvido é logo descartado.

A Pedagogia Tradicional, segundo Luckesi (2011), é focada no currículo, sustentando a prática de verificar e classificar aquilo que já foi apresentado. A prática da avaliação da aprendizagem, porém, deve operar subsidiando o que está por ser construído ou em construção.

O autor supracitado nos traz o seguinte questionamento: “O uso do exame pode ser um meio de ‘proteção da autoridade’ do qual o professor se serve?” (LUCKESI, 2011, p. 426).

O exame tradicional não nasceu com essa finalidade, porém as características dele desobrigam ambas as partes de um diálogo, podendo ser utilizado de modo autoritário. Não há a necessidade de interação entre o aluno e o professor no ato de examinar, o que cria uma "proteção para o professor", encerrando-se com a classificação do estudante. Além disso, a iminência da reprovação reforça a autoridade do professor.

Segundo Luckesi (2011), o ato de reprovar é pedagogicamente incabível, visto que, historicamente, o fenômeno da reprovação é de exclusiva responsabilidade do descuido ou má vontade do aluno. Há, porém, vários outros fatores que influenciam uma aprendizagem satisfatória, como ambiente inadequado, histórico do aluno, carência de recursos pedagógicos, má remuneração ou formação do professor etc.

Para que a avaliação não tome características autoritárias, deve haver diálogo e ponderamento entre aluno e professor para que se tenha o entendimento do ponto de vista de ambas as partes, pois, muitas vezes, o aluno compreende o conteúdo e as questões propostas de um ponto de vista diferente do professor, como pondera Freire (2005):

A avaliação é a mediação entre o ensino do professor e as aprendizagens do professor e as aprendizagens do aluno, é o fio da comunicação entre formas de ensinar e formas de aprender. É preciso considerar que os alunos aprendem diferentemente porque têm histórias de vida diferentes, são sujeitos históricos, e isso condiciona sua relação com o mundo e influencia sua forma de aprender. Avaliar, então é também buscar informações sobre o aluno (sua vida, sua comunidade, sua família, seus sonhos...) é conhecer o sujeito e seu jeito de aprender. (FREIRE, 200, pg. 10)

Com base no pensamento de Luckesi (2003), o sistema tradicional de avaliação gera medo ao educando, habituando-o a estar sob o domínio do educador. Percebe-se que isso acaba por atrapalhar o processo de aprendizagem, pois traz o foco do aluno à avaliação, tirando-o do conteúdo, o que torna a aprendizagem puramente mecânica, não havendo então aprendizagem potencialmente significativa.

Os resultados obtidos no presente trabalho foram analisados seguindo os conceitos dispostos por Luckesi. Os alunos foram avaliados ao longo da aplicação do produto didático, levando-se em consideração suas individualidades, empenho e evolução conceitual. Desta forma, pode-se ter uma visão mais precisa das mudanças ocorridas no aluno, pois dispôs-se da relação humanista entre aluno e professor.

Durante a aplicação da proposta didática, os apontamentos realizados destacam a participação de alguns alunos de forma interessada e atenta. Posteriormente, com o aumento de interatividade, muitos alunos, antes desinteressados, passaram a participar. Os instrumentos ou técnicas utilizados para medir o comprometimento dos alunos foram, além do pré-teste e pós-teste, os acessos às modelagens e ao quadro, a discussão entre seus colegas, as interações durante a exibição do vídeo e a interação com o professor. Todos esses momentos foram registrados para posteriores análises. Por este motivo, o modelo de ensino que mais se adapta a esse tipo de apresentação do conteúdo é o modelo de ensino e aprendizagem por investigação. Isso se faz necessário, pois o uso de simuladores e modeladores matemáticos exigem que o próprio estudante experimente seus projetos no modelador. Desta forma, o trabalho em equipe passa a ser natural, pois todos querem experimentar suas hipóteses. Neste sentido, o próprio aluno formula suas hipóteses e as confronta tais hipóteses com o uso do modelador, que mostra o resultado. Esse fato propicia ao estudante confrontar seus modelos teóricos com as consequências destes. Quando estes parecem absurdos ao serem confrontados

com seus modelos mentais, os estudantes tendem a procurar novas soluções para os problemas sugeridos, e é nesta hora que a aprendizagem vai sendo construída.

Nesta contribuição, optou-se, do ponto de vista das técnicas de ensino, pelo uso das TDICs juntamente a técnicas tradicionais de apresentação do conteúdo.

3. DESCRIÇÃO DO PRODUTO

Quanto às técnicas utilizadas, elas têm um caráter qualitativo com o objetivo de conectar a Física de Newton com a Física de Buracos Negros. Para isso utilizou-se a seguinte ordem de apresentação dos assuntos conforme mostra a Tabela 1.

3.1. Roteiro do Produto

Nesta seção, foi feita uma descrição das etapas de aplicação do produto, com relação

Tabela 1: Etapas da Intervenção Didática

Encontros	Assuntos Discutidos
1ª Etapa	Investigação dos conhecimentos prévios dos alunos: Um dia, duas aulas de 50 min.
2ª Etapa	Integração entre cinemática e dinâmica: quatro dias, oito aulas.
3ª Etapa	Gravitação Universal: um dia, duas aulas.
4ª Etapa	Leis de Kepler: um dia, duas aulas.
5ª Etapa	Investigação dos conhecimentos prévios acerca da Relatividade Geral e Física de Buracos Negros.
6ª Etapa	Relatividade Geral e Buracos Negros: Cinco dias, dez aulas.

- **Primeira Etapa: investigação dos conhecimentos prévios dos alunos.**

Nesta etapa, buscaram-se esclarecer as perguntas contidas no questionário inicial, através de um vídeo do canal de história. O objetivo foi além de trabalhar o conteúdo das perguntas de conhecimentos prévios. Buscou-se também promover, em sala de aula, o debate entre os grupos, para a discussão das repostas. Nessa etapa, primeiramente projetou-se o vídeo, logo depois uma aula explicativa foi feita sobre o assunto, e então os estudantes foram postos em grupo, o mesmo anteriormente feito durante as repostas do questionário inicial, e foi registrada a mudança de concepção das repostas anteriores (LAVILLE, 1999).

- **Segunda Etapa: integração entre cinemática e dinâmica** (Segundo encontro --- quinto encontro)

Nesta etapa, foi aplicada uma série de modelagens de cinemática e dinâmica visando construir as âncoras necessárias para a introdução de conceitos mais elaborados, como os conceitos de gravitação e órbitas, e também trabalhar algumas concepções que os alunos trazem devido ao senso comum, como concepções aristotélicas sobre a queda dos corpos e modelos alternativos. Esses conceitos serão trabalhados no capítulo 4 deste trabalho. Tais conceitos são importantes para a introdução da Gravitação Universal, Leis de Kepler e, por conseguinte, a Relatividade Geral. A noção de órbitas está ligada a elementos básicos das leis de Kepler e parâmetros da Física de Buracos negros, como, por exemplo, o horizonte de eventos.

As modelagens trabalhadas nesta etapa foram:

Movimento Horizontal Sujeito a Forças

Nesta atividade, introduziu-se o conceito de Força Newtoniana, visando esclarecer as dúvidas mais frequentes dos alunos, detectadas no questionário. O objetivo desta modelagem é estudar a relação entre força, massa, energia e velocidade. Nela também está simulado um movimento retilíneo uniformemente variado.

Queda livre e lançamento vertical:

O objetivo desta modelagem foi relacionar o conceito de Força Newtoniana com a massa dos corpos que estão sujeitos à queda livre. Nas atividades relacionadas, serão trabalhados: força, massa, aceleração, velocidade, energia cinética e potencial e o conceito de conservação de energia. Neste material, não se está separando cinemática de dinâmica. Foram inseridas duas esferas, e atribuídas diferentes massas a elas. Em um primeiro momento, as esferas foram colocadas em um certo ponto do eixo Y, com valor maior que zero, e foram introduzidas as equações de queda livre, a fim de se verificar a influência da massa das esferas no tempo de queda.

Em um segundo momento as esferas foram colocadas no ponto zero do eixo e atribuído a elas uma velocidade vertical ascendente.

Lançamento Oblíquo:

O objetivo, nesta parte, foi mostrar para o aluno que, mesmo em um lançamento oblíquo, o movimento na componente y permanece caindo com a mesma velocidade e, ao mesmo tempo, queda livre. Tratando-se de um movimento bidimensional, aparece uma outra componente, a componente x . Para diferentes velocidades iniciais, apresentam-se diferentes alcances. Deste modo, neste tipo de movimento, apesar da velocidade em y permanecer a mesma em y , a resultante das velocidades é diferente devido aos diferentes alcances.

Neste assunto, também foi dada a oportunidade de os alunos criarem a sua própria modelagem. Abordando os temas Queda Livre e Lançamento Oblíquo, o aluno irá inserir os objetos na tela do programa, os termos matemáticos da tela adequada e interagirá livremente com a modelagem.

- **Terceira Etapa: Gravitação Universal**

A ideia, nesta parte, foi introduzir os elementos básicos da Gravitação Newtoniana, inserindo não só elementos que já estão presentes no cotidiano dos alunos, como, por exemplo, o planeta Marte, que aparece na mídia científica com as missões da Agência Espacial Norte-Americana (Nasa) e o filme *Perdido em Marte*, como também elementos cruciais para o começo das discussões dos aspectos pertinentes para o estudo de buracos negros. Nessa seção, trabalharam-se tanto a física envolvida como também a parte das ferramentas do modelador. No livrinho de atividade, está esquematizado o conjunto de atividades realizadas.

- **Quarta Etapa: Leis de Kepler**

Nesta etapa, buscou-se introduzir as leis de Kepler através do modelador, mostrando elementos básicos já trabalhados, como o momento angular e sua conservação, a velocidade perpendicular ao raio e seu papel na conservação do momento angular e a existência de outras velocidades que variam. Introduziram-se também elementos novos como: a constatação de que, no caso de uma elipse, o raio da órbita varia; a existência de dois focos; a excentricidade; entre outros elementos.

- **Quinta Etapa: segundo questionário investigativo de conhecimentos prévios dos alunos acerca da Relatividade Geral e Física de Buracos Negros**

Nesta etapa, foi aplicado um novo questionário buscando avaliar os conhecimentos prévios dos alunos acerca da fonte do campo gravitacional, o que acontece com os corpos ao redor quando a massa aumenta, ou é comprimida até regiões muito pequenas. Foi perguntado também sobre os buracos negros, Einstein e por que este é famoso.

- **Sexta Etapa: Relatividade Geral e Física de Buracos Negros**

Nesta parte, foram tratadas as modelagens envolvendo a Relatividade Geral e a Física de Buracos Negros (CARMELI, 2001). Primeiramente abordaram-se alguns aspectos da Relatividade Geral necessários para introduzir a Física de Buracos Negros (SAGAN, 1982).

O Primeiro assunto que deve ser tratado é o estudo das geodésicas. O primeiro problema da história da ciência em que se necessitou da Relatividade Geral foi a órbita dos planetas. Nem Kepler nem Newton conseguiram explicar com suas teorias esse problema. O planeta que tinha mais erros na medição da órbita, segundo Kepler, foi o planeta Mercúrio. Nem mesmo com a teoria de Newton se conseguiu precisão neste cálculo. Na modelagem 11, é mostrada uma modelagem da órbita do periélio de um planeta em torno de uma estrela e, na Tabela 1, tem-se uma relação dos planetas e o período calculado por Einstein (HAWKING, 2005).

3.2. Descrição da elaboração do produto

Com o objetivo de deixar claro para os leitores que se interessarem pelo assunto e desejam aplicá-lo em sala de aula, nesta seção, optou-se por descrever mais detalhadamente os elementos da intervenção didática, que vai desde a elaboração do pré-teste com as discussões do que se espera com cada pergunta, passando pelas modelagens ordenadas por ordem de apresentação, seguindo por outros testes até o pós-teste. Esses testes funcionam como uma forma de obter informação a respeito do que o aluno já sabe sobre assunto, por este motivo toda a vez em que se introduz um novo conceito, o pré-teste faz-se necessário.

3.2.1. Pré-Teste

No pré-teste, foram elaborados dois questionários e algumas atividades para se obter os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos conteúdos da Gravitação. Foi

considerado, nesta dissertação, que este é o principal conhecimento prévio importante para a introdução da Física de Buracos Negros. Antes de passarmos para a análise das respostas dos alunos, que será feita no próximo capítulo, é interessante, neste capítulo, analisar o porquê da escolha das perguntas que foram elaboradas. Analisaram-se também, neste capítulo, algumas percepções que os pesquisadores trazem a respeito do assunto. Para este fim, foi feito um mapa das principais mudanças conceituais por que a ciência passou em relação ao tema gravitação, e foi feita também uma análise das principais discussões acerca dos conhecimentos prévios já analisados na literatura.

No primeiro questionário, buscou-se verificar os conhecimentos prévios a respeito do que eles entendem como gravitação. Para isso, as perguntas foram elaboradas com situações hipotéticas acerca da queda dos corpos.

Para facilitar na análise, separaram-se as questões em grupos dependendo dos conhecimentos prévios que se queriam extrair do aluno.

Nas primeiras quatro situações mostradas na Tabela 2, buscou-se verificar como o aluno relaciona os movimentos dos objetos em um campo gravitacional.

Tabela 2: Perguntas sobre a concepção aristotélica x galileana e a Força Gravitacional

Questão 1	Um homem, em uma ponte, deixa cair uma moeda. Se este homem resolve pular para recuperar a moeda, ele conseguiria pegá-la no ar? Por quê?
Questão 2	Um pedreiro solta vários tijolos do alto de uma casa para seu amigo no chão. Com o intuito de fazer com que os tijolos cheguem mais depressa, ele amarra um tijolo no outro. Sua estratégia terá resultado satisfatório? Justifique a sua resposta.
Questão 3	Do alto de um prédio, são soltas, ao mesmo tempo, uma bola de isopor e uma bola de chumbo com as mesmas dimensões. Qual delas cairá primeiro? Justifique sua resposta.
Questão 4	Por que as coisas caem?

O principal conceito envolvido na Física de Buracos Negros é o que acontece com os corpos em suas vizinhanças. Tem de se lembrar de que o buraco negro tem um campo gravitacional muito alto e, por este motivo, as leis de Newton falham para explicar o comportamento dos corpos em sua presença, como foi visto no referencial teórico no qual se discutiu sobre esse assunto. No entanto, antes de se começar a discutir o regime de gravitação forte, faz-se necessário entender se os conhecimentos prévios dos alunos a respeito do que acontece na nossa escala de energia são sólidos.

Desta forma, o primeiro ponto que deve ser considerado, a respeito da introdução da Física Moderna e Contemporânea (FMC) no Ensino Médio, é o fato de o aluno trazer concepções prévias em relação a conceitos básicos da física de Newton (1643 - 1727), que passa por etapas semelhantes a da própria história do desenvolvimento da Física (ZYLBERSZTAJN, 1983; PEREZ, 1986). Uma das concepções mais importantes da justificativa do porquê de os corpos caírem, Einstein (1879 - 1955).

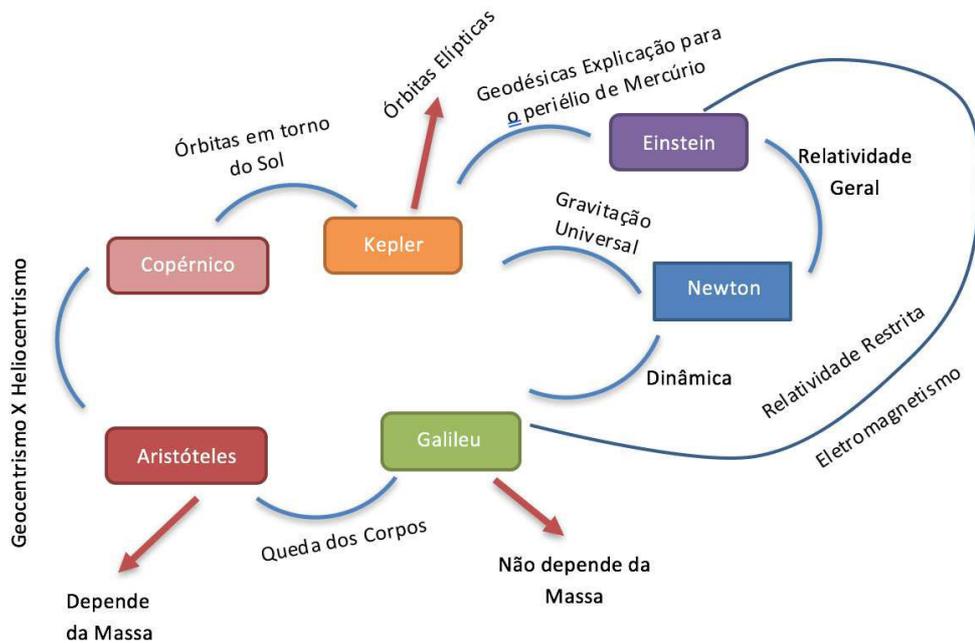
Existem quatro modelos fundamentais sobre gravitação que devem ser levados em conta nesta discussão: os modelos aristotélico, galileiano, newtoniano e einsteiniano. Desta forma, o interessante é verificar se os conhecimentos prévios dos alunos, a respeito da gravitação, enquadram-se dentro dessas formulações. Estas concepções já foram título de discussão desde a década de 70, quando os pesquisadores analisavam as concepções dos alunos a respeito da queda dos corpos (VIENNOT, 1979; ZYLBERSZTAJN, 1983; DRIVER, 1986; PEREZ, 1986). Já é de comum acordo entre os pesquisadores, desde então, que as representações que os alunos fazem da natureza surgem da interação com o ambiente. Essas interpretações levam ao aluno a pensar de forma aristotélica (384 - 322 a.C.), que foi refutada por Galileu (1564 - 1642). Desta forma, no que diz respeito à introdução da FMC no Ensino Médio, têm de se entender os obstáculos por que os alunos passam para superar determinados aspectos do cotidiano. Isso é importante para não se construírem conceitos novos em “areia movediça”. É necessário que os conhecimentos prévios sejam sólidos para que os alunos possam se ancorar a eles e aprender novos.

Em sala de aula, verificou-se, ao longo do estudo do tema, que estas questões revelam a dificuldade do aluno em romper com ideias baseadas na simples observação. Desta forma, essas ideias tornam-se persistentes e conflitantes com o que é ensinado na escola.

É interessante pensar que, apesar das dificuldades de se introduzirem novas ideias no contexto da sala de aula, não se podem abandonar as grandes quebras de paradigmas pelas quais a própria história da Ciência passou. Desta maneira, as questões formuladas tentam revelar quais são as concepções dos alunos que merecem ainda ser trabalhadas. Antes de isso

ser feito, evidenciaram-se, na Figura 14, as principais quebras de paradigmas que a história da Ciência fornece. Apesar de o tema gravitação ainda não estar completamente entendido, e existirem outras teorias alternativas, procurou-se trabalhar nesta dissertação somente até a Relatividade Geral, no que se relaciona com a Gravitação.

Figura 14: Grandes contribuintes, teorias e quebra de paradigmas



Pode ser visto, nesta figura, que os grandes avanços da ciência surgem do aparecimento de novos paradigmas, que revelam as fragilidades das teorias antigas. Para exemplificar, pode se citar a necessidade da Relatividade Geral para explicar as órbitas dos planetas em torno do Sol. Nem Kepler nem Newton conseguiram explicar a órbita de Mercúrio em torno do Sol, problema do periélio de Mercúrio. Somente com a Relatividade Geral esse problema foi resolvido e se conseguiu ter medidas precisas de sua órbita.

As perguntas elaboradas seguem esse princípio, o de, em cada etapa do processo de aprendizagem, ter de se passar por essas quebras de paradigmas. A primeira quebra vem de quando se passa do pensamento Aristotélico para o pensamento Galileiano, já bem documentado na literatura. Outros paradigmas provavelmente vão aparecer nas respostas de alunos que podem ir a favor ou contra a tese sobre a qual se está teorizando, que cada

dificuldade de romper com as ideias que a sociedade aceita como válidas também entra na equação e não só o senso comum dos estudantes. Isso será analisado no próximo capítulo.

Desta forma, o objetivo destas perguntas vem na direção de explorar as noções básicas relativas à gravitação nas vizinhanças da Terra para, posteriormente, confrontá-la com o caso dos corpos em órbita. De fato, as questões de 1 até 3 foram elaboradas para revelar o mesmo conhecimento prévio “se os alunos sabem que a queda livre não depende da massa dos corpos”. Isso também pode revelar se o estudante tem o conhecimento prévio sobre a diferença entre o conceito de força e massa, pois, na literatura, esse também é um conceito que apresenta a maior percentagem de erro entre os discentes.

No caso da questão 4, o objetivo foi verificar se o aluno possui algum conceito acerca da força gravitacional, como responsável pela queda dos corpos. Com essas questões, pode-se analisar se o aluno tem alguma noção sobre a Gravitação. O objetivo também foi provocar a curiosidade, para aqueles que desconhecem a resposta, a buscarem a solução nas aulas nas quais o assunto vai ser trabalhado.

O objetivo das questões 5 e 6 foi verificar os conceitos iniciais dos alunos sobre movimento relativo e sua relação com a queda dos corpos.

Tabela 3: Movimento Relativo x Gravidade Zero

Questão 5	Um homem passeia em uma montanha russa que anda para trás. Em um certo momento, o carrinho inicia uma descida totalmente vertical. No meio da descida, uma moeda sai do seu bolso. O que ocorre com esta moeda? Por que isso ocorre?
Questão 6	Dentro de um elevador; tem uma bolinha, você e sua amiga. Se os cabos do elevador se partirem, e o elevador começar a cair, o que ocorrerá com a bolinha?
Questão 7	Por que, em qualquer filme que relata pessoas em uma nave espacial ao redor da Terra, os astronautas aparecem flutuando, dentro ou fora da nave?

Um dos conceitos errados introduzidos pela mídia é o de Gravidade Zero, percebida pelos alunos quando veem os astronautas flutuando, em filmes ou relatos da Nasa. A interpretação aceita no cotidiano do aluno é que esta é a Gravidade Zero. Isso colide frontalmente com os conceitos ensinados na escola onde se utiliza a noção de inércia ou

velocidade relativa. Se dois objetos estão com a mesma velocidade, é como se eles tivessem parados um em relação ao outro, mas, neste caso, ninguém sai flutuando. Ou sai?

Tabela 4: Gravitação e órbitas

Questão 8	Sabemos que quanto mais potente é um canhão, mais longe ele atira a bola, em um lançamento oblíquo. Lembrando que a Terra é redonda, o que ocorreria se se construísse um canhão cada vez mais forte?
Questão 9	Você sabe o que é órbita? Se sim explique.
Questão 10	Sempre vemos a Lua solta no céu. Por que ela não cai?
Questão 11	Sempre vemos o Sol nascer no leste e se pôr no oeste. O que faz o Sol se mover?
Questão 12	Você sabe o que é força da gravidade? Se sim, explique.
Questão 13	Você deve ter ouvido falar que a Lua gira em torno da Terra, e a Terra gira em torno do Sol. Como você acha que esse fenômeno acontece? O planeta Mercúrio está mais próximo do Sol. Como ele gira?
Questão 14	Qual o tipo de movimento que a Lua faz quando gira em torno da Terra? E a Terra em torno do Sol? E Mercúrio em torno do Sol? E se eu perguntasse qual a trajetória que eles fazem?

As questões 7, 8, 9, 10 e 12 buscam, nos alunos, conceitos iniciais relativos a órbitas; a questão 11 é inserida no meio das outras para que o aluno faça a ligação entre órbita e gravitação, buscando revelar esse conhecimento.

Assim temos a seguinte relação entre questões e conhecimentos a serem verificados:

Tabela 5. Aspectos importantes a serem analisados no questionário 1

Questões	1, 2, 3, 4 e 11	5 e 6	7, 8, 9, 10 e 12
Conceitos	Gravidade	Movimento Relativo	Órbita

Questionário 2:

Tabela 6 - Perguntas sobre a concepção de ciclo de nascimento e morte estelar

Questão 1	Todo ser humano nasce, cresce e morre, e, quando morre, o corpo vira matéria inorgânica. E o Sol? Um dia, vai morrer? E, se morrer, em que você acha que ele se transformaria?
Questão 2	Suponha que o Sol um dia morresse. Os planetas continuariam a girar em torno dele?

Tabela 7 - Pergunta sobre o conceito básico de Buraco Negro

Questão 3	É possível planetas girarem em torno de algo invisível? Comente.
------------------	--

Tabela 8 - Pergunta sobre conhecimentos relacionados às contribuições de Einstein para a Física de um modo geral e para os conceitos que seriam estudados em seguida.

Questão 4	Você saberia dizer o porquê de Einstein ser tão famoso? Pereira (1997)
------------------	--

Nas questões 1 e 2, buscou-se verificar se o aluno possui noção sobre o ciclo de nascimento e morte das estrelas.

Nas questões 3 e 4, procurou-se verificar primeiramente se o aluno conhece os conceitos sobre o Buraco Negro e, depois, se conhecem as contribuições de Einstein para a Física de um modo geral e para os conceitos que seriam estudados em seguida.

Assim, tem-se a seguinte relação entre questões e conhecimentos a serem verificados:

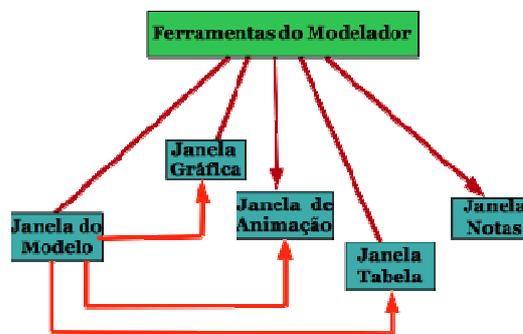
Questões	1 e 2	3	4
Conceitos	Evolução Estelar	Buracos Negros	Contribuições de Einstein

3.2.2. A Modelagem Matemática da Física de Buracos Negros e a Física Básica

Nesta seção foram descritos alguns exemplos de como introduzir conceitos básicos da Física de Buracos Negros conectando-os a conceitos similares da Física Newtoniana. Os demais exemplos estão no livro contendo o produto, anexado no apêndice. Será apresentada também uma forma de trabalhar as dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento de gráficos em ambos os contextos (ARAÚJO & MOREIRA, 2004).

Na figura 3, pode ser visto o fluxograma contendo a hierarquia de prioridade do programa. A janela do modelo é a principal, na qual estão descritas as fórmulas da modelagem que regerá tudo que acontece nas demais janelas. É nela ainda que o estudante poderá introduzir e verificar o modelo matemático que esteja estudando. A janela da animação está destinada a fazer a interface do conteúdo matemático com os casos que serão estudados, e a janela gráfica e a representação gráfica com eixos cartesianos são locais em que se pode analisar a dinâmica dos parâmetros do problema estudado.

Figura 15: Diagrama contendo as janelas disponíveis no modelador

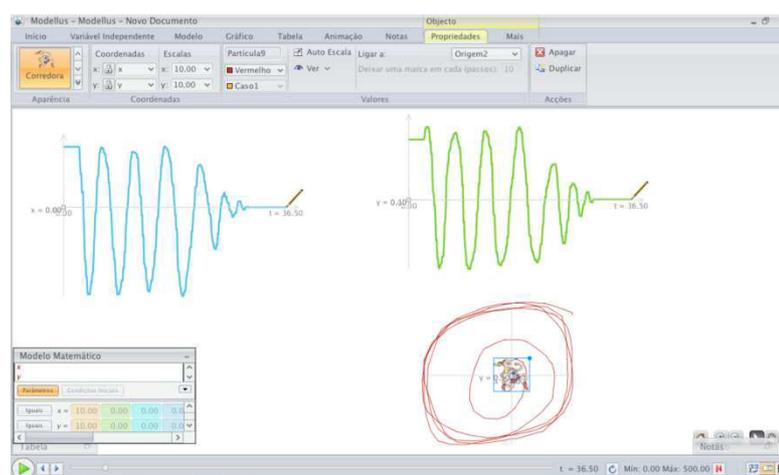


As setas indicam um pré-requisito. Os dados da situação problema que está sendo analisada podem entrar na modelagem de duas formas. A mais usual é declarar matematicamente na janela modelo. Essa declaração pode ser feita usando o formalismo funcional ou diferencial. A outra forma de entrada de dados é via cursor, que pode ser acoplado diretamente ao experimento real, usando certas ferramentas do próprio modelador. Essa ferramenta pode ser muito útil para introduzir elementos externos ao sistema, como, por exemplo, acoplar um dispositivo mecânico via automação. Na janela gráfica, o estudante pode

confrontar as equações matemáticas inseridas na janela modelo com a dinâmica das variáveis envolvidas. Os eixos podem ser trocados para qualquer variável que se queira analisar.

Antes de se introduzir a noção de espaço curvo, que é outro conceito que precisa ser trabalhado e novo no sentido da experiência dos professores em sala de aula, o estudante precisa primeiramente sanar as dificuldades já apresentadas pelos docentes. A primeira delas é a visão de gráficos como fotografia do movimento (ARAÚJO & MOREIRA, 2004). Neste caso, a atividade mais simples, que foi criada e que pode ser posteriormente visualizada nas órbitas em torno de estrelas muito massivas, que, no momento de sua morte, podem se tornar um buraco negro, foi a de movimentos aproximadamente circulares. Quando o estudante é introduzido aos primeiros conceitos da Física de Buracos Negros, a primeira coisa a que ele tem acesso é o conceito de que, em um buraco negro, tem um raio mínimo em que os corpos podem orbitar com segurança, que é o raio de Schwarzschild. A primeira imagem que o estudante faz é de um objeto orbitando, de forma estável, um ponto massivo e, neste caso, tem acesso a um gráfico espaço x espaço. O discente, neste exemplo, não tem nenhuma ideia da evolução temporal do objeto ao redor do corpo massivo. Neste sentido, a modelagem que será descrita aqui fornece a oportunidade ao aluno de internalizar, por si próprio, o que acontece com os movimentos simultaneamente. A figura 16 mostra o resultado da modelagem ao final da atividade.

Figura 16: Modelagem matemática de um corredor guiado pelo mouse do computador



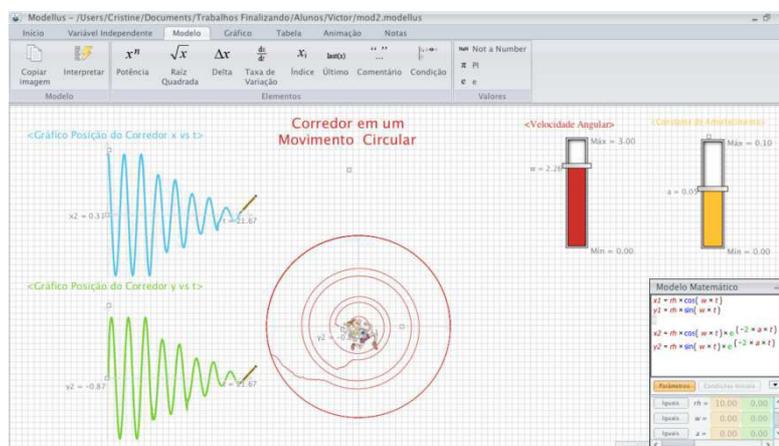
Na janela de animação do programa, o *input* é o próprio movimento do estudante com o *mouse*, que controla o corredor. Apresentam-se também, nesta modelagem, os gráficos posição x em função do tempo e a posição y como função do tempo.

Na janela animação, o estudante pode ter acesso à dinâmica das equações e pode também incluir elementos externos, como fotos e esquemas, além do fundo, possibilitando a construção do que se chama de ambiente virtual. As equações também podem ser escritas neste ambiente virtual incluindo a elaboração de gráficos.

A relação da teoria de Ausubel na atividade é direta. A âncora utilizada é o subsunçor que o aluno traz do gráfico como uma fotografia do movimento. No entanto, no modelador, o estudante pode visualizar que, à medida que tenta fazer uma órbita circular em torno da origem, que é visualizada como um gráfico espaço x espaço, começa a ser desenhado pelo lápis dos gráficos posição versus tempo um movimento senoidal ou cossenoidal. Nesta modelagem, o estudante também pode verificar que quando, com o mouse, ele tenta descrever movimentos com raios menores, os gráficos temporais diminuem a amplitude com o tempo mostrando um amortecimento. Na seção de resultados, será discutida melhor a visão da atividade pelos alunos e, mais tarde, o resultado dos testes feitos por eles sobre esses conceitos.

Uma outra modelagem que complementa essa e possibilita a introdução das funções seno, cosseno e exponencial é repetir essa atividade agora usando uma modelagem mais elaborada, introduzindo, na janela modelo, as funções seno, cosseno e exponencial. Os estudantes podem experimentar por eles mesmo o comportamento de tais funções usando as ferramentas do modelador.

Figura 17: Modelagem matemática de um corredor que respeita a equações digitada na janela modelo.



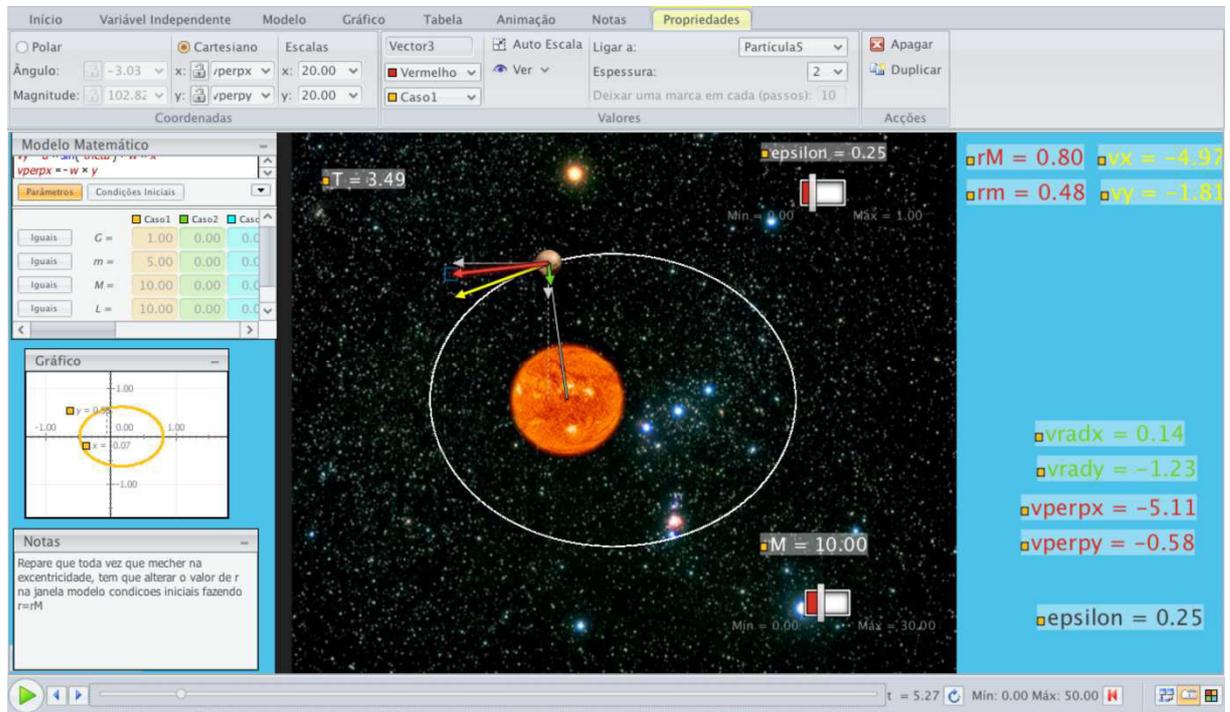
A figura 17 apresenta, além dos recursos, duas barras em que podem variar a velocidade angular e o parâmetro de amortecimento.

O objetivo dessas duas modelagens é introduzir as capacidades básicas para entender o movimento circular uniforme e o movimento circular amortecido sem deixar de lado as dificuldades que os alunos apresentam na interpretação de gráficos. A importância desses conceitos, na Física de Buracos Negros é o estudo das órbitas e limites de estabilidade. Desta forma, antes de o estudante entender a gravitação, seja a Gravitação Universal de Newton ou a Relatividade Geral, teoria na qual se pode descrever o Buraco Negro de Schwarzschild, é necessário o estudante aprender as características básicas de um movimento circular uniforme e depois propor funções que possam dar o comportamento mostrado na figura 3.4 do apêndice, na qual o mouse faz com que o corredor não consiga mais efetuar o mesmo movimento circular, mantendo o raio da trajetória como constante. Essas duas atividades são capazes de fazer o estudante exercitar o movimento circular como também propor funções para essa mudança do raio. Na modelagem da figura 3.4 do apêndice, propõe-se uma função exponencial decrescente para simular como o corredor diminui o raio. Esta é a solução de um movimento harmônico amortecido.

No caso da órbita de corpos em torno de outros corpos mais massivos, pode-se, em certos limites, usar a Gravitação Universal como uma boa teoria para descrevê-los. Quando as estrelas são muito massivas, no entanto, a teoria de Newton não oferece muitos recursos para entender o que acontece quando essas estrelas se tornam buracos negros ou o efeito da presença destes no universo.

No caso das Leis de Kepler, tem-se a modelagem, na qual o estudante pode variar a massa e a excentricidade, verificando o que acontece com as órbitas.

Figura 18 – Modelagem com a órbita de Plutão ao redor do Sol. A excentricidade da órbita de Plutão é em torno de 0,25, podendo facilmente ser visualizada.

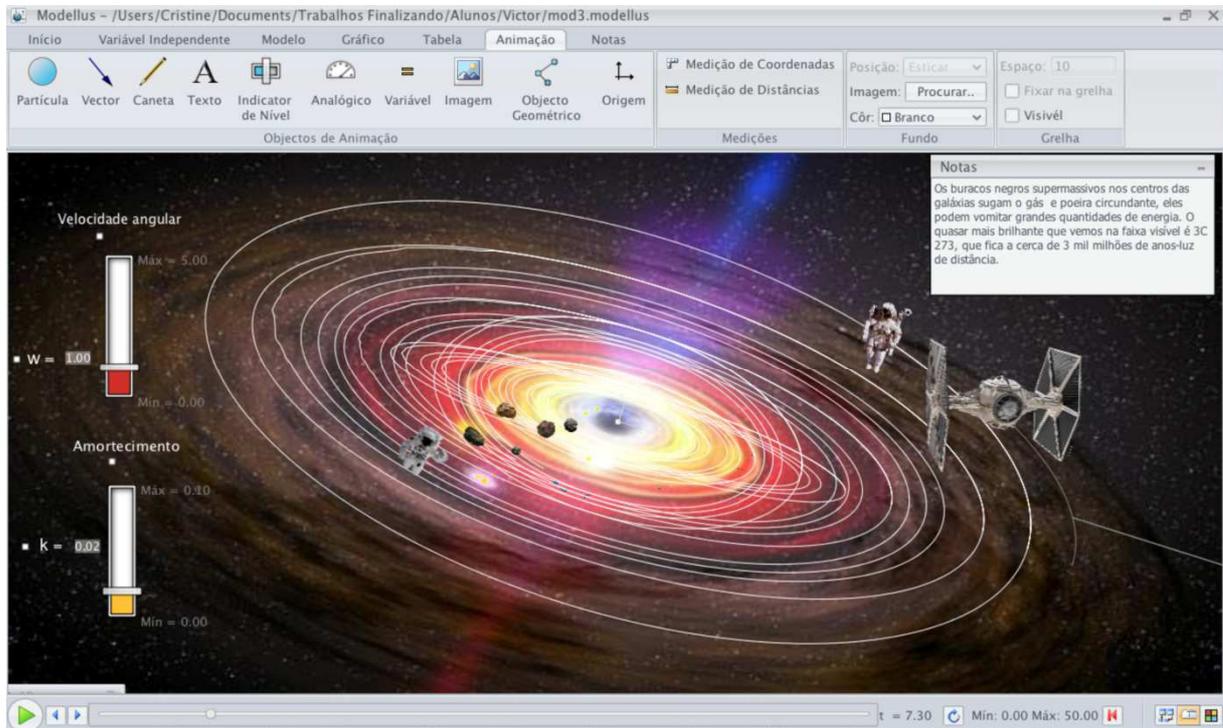


(Imagem: Nasa)¹

No caso de buracos negros, não se conhece ao certo a função pela qual eles sugam a matéria ao redor que esteja orbitando com raio menor que o raio de Schwartzchild, no entanto o mais bem aceito é que respeitem a equação de Einstein através de geodésicas. Após de o BH passar depois de um raio crítico, não se pode mais saber da sua existência, pois a luz e radiação não podem escapar. Existem buracos negros, no entanto, como o mostrado na modelagem da figura 3.6 do apêndice, que podem liberar energias em jatos.

¹ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Figura 19: Um buraco negro supermassivo (Imagem: Nasa)²



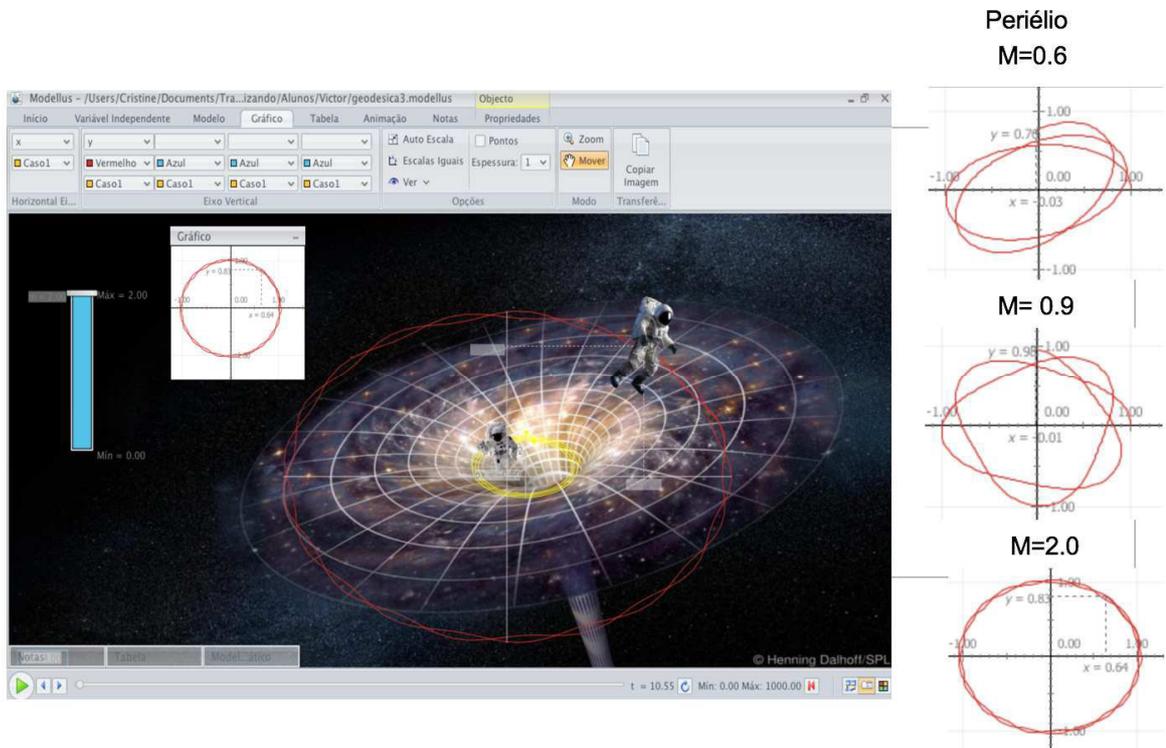
Os buracos negros supermassivos, nos centros das galáxias, sugam gás e poeira circundante. Eles podem vomitar grandes quantidades de energia. O quasar mais brilhante que se vê na faixa visível é 3C 273, que fica a cerca de 3 mil milhões de anos-luz de distância.

Na modelagem da figura 6, mostraram-se as geodésicas de corpos ao redor de um buraco negro supermassivo, e modelaram-se as geodésicas supondo que elas são advindas de alguma aproximação das equações de Einstein para campos gravitacionais intensos. Na realidade, convém discutir aqui que tais equações não respeitam o limite de campos fracos, que pode ser explicado por Newton. Analisa-se aqui uma região desconhecida do universo. Buracos negros como os da modelagem da figura 6 não são entendidos como vindo de morte estelar. Pelo tamanho e idade, presume-se que estes buracos negros possam vir de outros processos ainda em pesquisa.

² Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Geodésicas

Figura 20: Geodésica de um Buraco Negro



(Imagem: Nasa)³

O primeiro a sugerir a existência de tais estrelas foi o astrônomo amador John Mitchell em uma carta escrita a Cavendish, que era membro da Royal Society em 1784 [20,21]. Se se considerar agora a velocidade no problema de Cavendish como a velocidade da luz c , encontra-se um raio crítico em que nem a luz é capaz de escapar. Pode-se considerar essa estrela com um buraco negro newtoniano. Vê-se então que uma conexão com a mecânica de Newton é possível. Apesar de esta ser limitada por dizer respeito somente ao raio crítico, pode mostrar ao aluno conceitos básicos e interessantes sobre a Física de Buracos Negros e, assim, motivar o estudo da física newtoniana e mostrar sua devida importância. Apesar de a teoria da relatividade de Einstein ser mais complicada, pode-se, através da modelagem, estudá-la de forma bem simples.

O fato de a teoria mais bem aceita para essa descrição ser a Relatividade Geral de Einstein vem por vários motivos que serão descritos a seguir. Primeiramente pelo fato desta

³ Disponível em: <https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>. Acesso em: 11 de julho de 2017

formulação para a gravitação ser uma extensão da Teoria Relativística, que incorpora muitas das propriedades das teorias de partículas e teoria de campos clássicos em geral, como, por exemplo, a possibilidade de incluir uma teoria de grupos, a invariância dos observadores, leis de conservação, possibilidade de formulá-la em diferentes dimensões, apesar de ter o problema de que até hoje não se tem uma teoria quântica para a gravitação, o que impossibilita a sua unificação com o modelo padrão de partículas. Segundo ponto importante é a abordagem de Einstein descreve bem todos os eventos que a teoria newtoniana descreve. Apesar de a teoria mais bem aceita para a descrição dos buracos negros ser a Relatividade Geral, muitos pontos ainda estão em aberto, o que possibilita que uma área importante seja estudada e, desta forma, torne-se uma boa motivação para introduzir sua base no ensino de Física.

Um buraco negro apresenta um horizonte de eventos definido por um raio r_H , chamado raio de Schwartzchild, em homenagem ao cientista que fez a primeira solução para buracos negros usando a teoria da Relatividade Geral. Se um objeto que passa perto de um buraco negro estiver a uma distância maior que esse raio, ele poderá escapar de seu campo gravitacional ou mesmo orbitar em torno do mesmo; caso contrário, ele desaparece no seu interior de onde nem a luz escapa. Por esse motivo, esses objetos não poderão mais ser vistos.

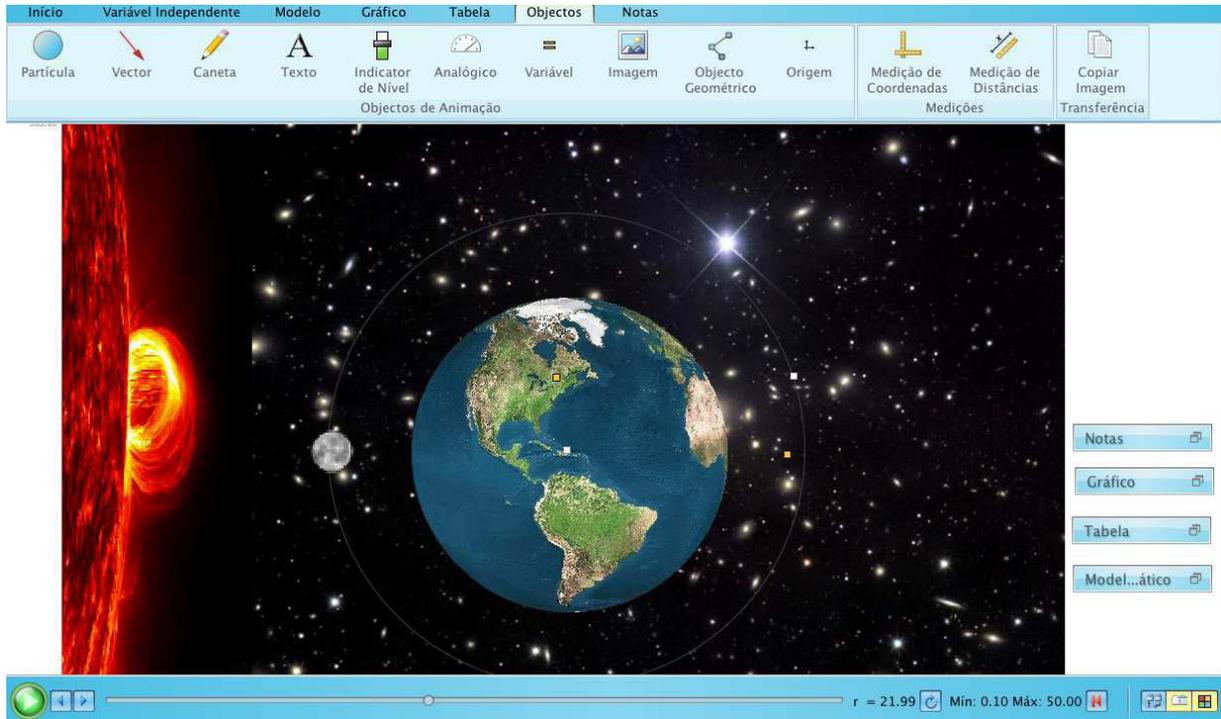
Cientistas dos Estados Unidos, Canadá e Espanha descobriram, em 2012, uma estrela que orbita o buraco negro no centro da Via Láctea a uma distância recorde. Segundo os pesquisadores, o objeto demora "apenas" 11,5 anos para dar uma volta ao redor do buraco negro. Para se ter ideia, é apenas a segunda estrela conhecida com uma órbita menor que 20 anos (a maioria leva mais de seis décadas). O estudo foi divulgado na revista especializada *Science*.

Apesar de a teoria mais usada para descrever tais objetos ser a Relatividade Geral cuja matemática está longe de ser acessível a estudantes do Ensino Médio, na modelagem da figura 3.7 do apêndice, o estudante poderá estudar diversas partes do conteúdo programático usando simplesmente a Gravitação Universal, a título de tirar algumas estimativas. Podem ser estudados, além do Movimento Circular, a conservação de energia das órbitas estáveis, os potenciais centrais gravitacionais, força gravitacional, a energia perdida nas órbitas não estáveis, os gráficos temporais, os movimentos harmônicos simples, entre outros assuntos.

Apesar de buracos negros estarem na escala de campos gravitacionais fortes, um dos princípios mais importantes de teorias mais gerais é de que estas possam descrever a Física básica. No caso da Relatividade Geral, tem-se o que se chama de Limite Newtoniano. Aqui

pode-se trabalhar as órbitas dos planetas e a noção de centro de massa. Na modelagem a seguir, fez-se um conjunto de atividades envolvendo a órbita da lua em torno da Terra.

Figura 21: Órbita da lua em torno da Terra

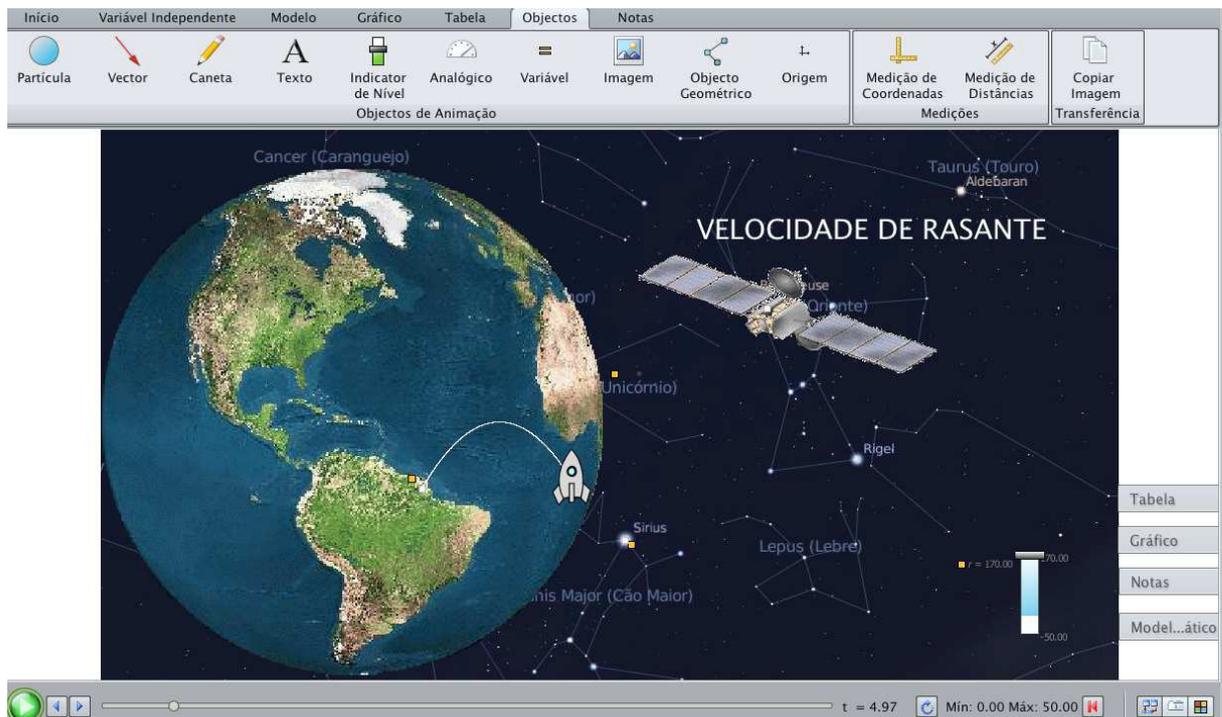


(Imagem: Nasa)⁴

Um dos conceitos é o de Velocidade Rasante. No caso de um corpo lançado da Terra, é possível este ser colocado em órbita ao redor da Terra. Esse cálculo pode ser feito usando uma modelagem matemática simples comparando a velocidade necessária para colocá-lo em órbita, como mostra a Figura 22, na qual fez-se uma modelagem para mostrar um cenário possível de como tratar o problema no modelador.

Figura 22: janela gráfica exibindo órbita de um satélite ao redor da terra e de um corpo caindo em lançamento oblíquo na água. Ao fundo, também se colocaram as constelações

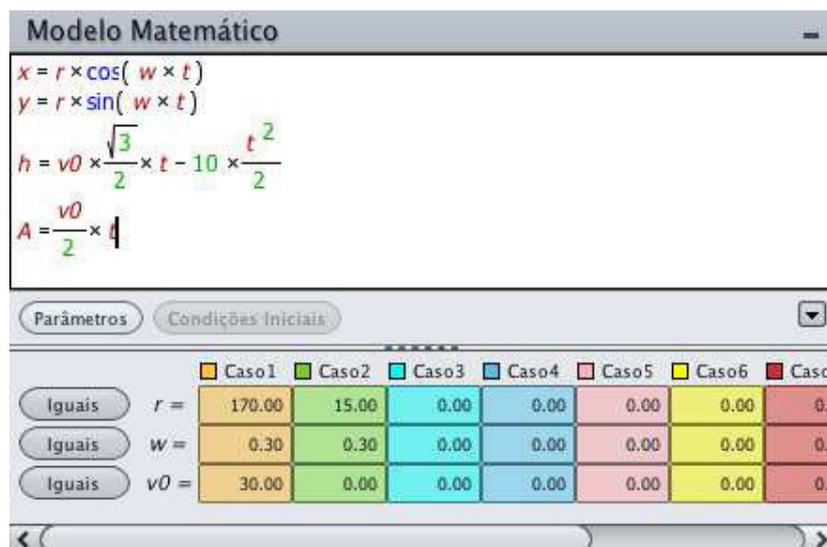
⁴ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017



(Imagem: *Stellarium*)

Cada movimento é independente e escrito na janela matemática, como mostra a Figura 23.

Figura 23: equações de um satélite orbitando a Terra e os de lançamento oblíquo

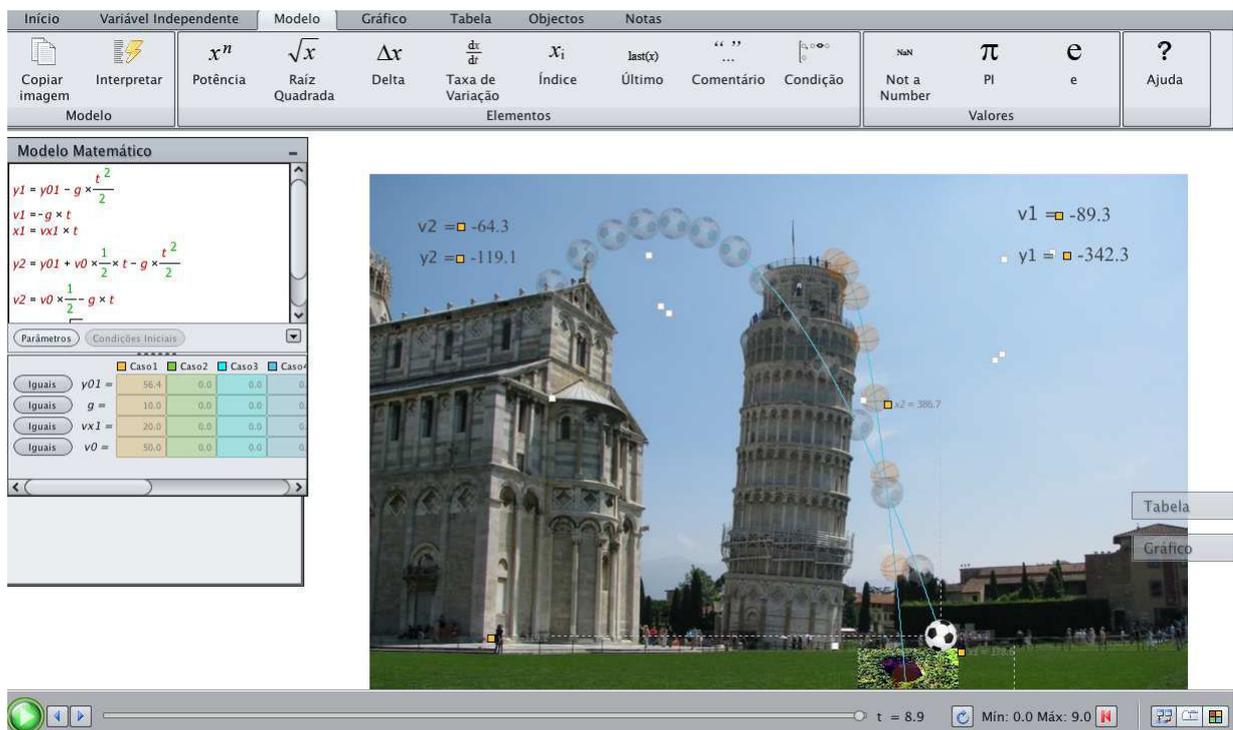


No caso da Terra, é possível encontrar a velocidade limite necessária para o satélite orbitar este planeta. Apesar de não se apresentar esse cálculo neste trabalho, isso é facilmente mostrado usando algumas aproximações, como a relação entre força centrípeta e força

gravitacional. Pode-se trabalhar também outros conceitos, como Movimento Circular e Oscilações. Na janela modelo, pode-se trabalhar a modelagem do ponto de vista do uso de funções ou da forma diferencial.

Além disso, pode-se também introduzir a noção de lançamento vertical e oblíquo e, assim, motivar o cálculo da cinemática, como mostra a modelagem da figura a seguir.

Figura 24: modelagem do lançamento oblíquo



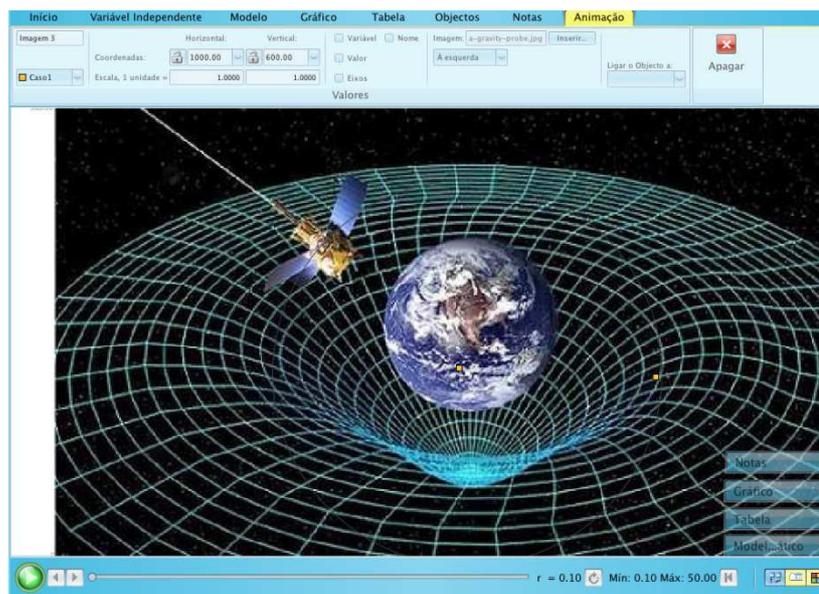
Podemos também por conservação de energia, usando o potencial gravitacional newtoniano e algumas considerações, calcular também a velocidade de escape. No caso do buraco negro, conforme analisado na introdução, supõe-se agora que, ao invés de se lançar uma pedra, lança-se uma partícula de luz, fóton, com massa de movimento “m”, baseando-se na Teoria Corpuscular da Luz de Newton. Podemos imaginar a existência de um corpo suficientemente denso tal que sua velocidade de escape seja maior do que a velocidade da luz. Toda luz emitida por esta estrela seria atraída para seu interior, formando, assim, um buraco negro newtoniano — objetos impossíveis de serem observados diretamente.

Nas proximidades de um buraco negro, o campo gravitacional é muito intenso, de forma que deve-se utilizar uma teoria mais abrangente. Essa teoria que lida com campos fortes foi apresentada por Einstein em 1915 e chamada Relatividade Geral. Nesta, a equação que gera a interação gravitacional não é mais a da gravitação de Newton, mas, sim, agora é a

Relatividade Geral, regida pelas equações de Einstein que diz que Geometria é proporcional à Energia, e também a introdução agora da noção de espaço-tempo curvo como mostra a modelagem da figura 3.12 do apêndice, na qual agora se tem que o movimento do satélite descreveria geodésicas, e a teoria seria a de Einstein considerando que as aproximações sugeridas tenham a forma da figura na modelagem.

Não convém tratar toda essa física neste trabalho, mas a teoria de Einstein pode ser descrita de forma básica usando a modelagem matemática e, assim, ilustrar a ideia do espaço curvo. Isso pode ser feito se se considerar agora uma geometria esférica com o tempo constante. Nesse caso, a distância entre dois pontos pode ser dada com uma superfície esférica simplificada. Fazendo um dos ângulos constante, obtém-se a geodésica mostrada na modelagem a seguir.

Figura 25: modelagem considerando $t = \text{constante}$ e um dos ângulos constante



(Imagem: Nasa)⁵

3.2.3. Vídeo e aula expositiva

Em um primeiro momento, foi apresentado um vídeo sobre gravitação do canal de história. Neste vídeo, foram apresentadas questões como queda livre, gravitação, movimento

⁵ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

relativo e órbitas, isso até os quatorze minutos de vídeo aproximadamente. A partir daí, o vídeo focou em Gravidade Zero e os trabalhos de Einstein.

Após a apresentação do vídeo, foi feita uma aula expositiva em slides sobre os assuntos: Queda Livre, Gravitação, Movimento Relativo e Órbitas, sendo estes temas o foco do primeiro questionário. Após a aula em slides, as atividades passaram a ser feitas no *Modellus*, com as modelagens sobre queda livre, lançamento vertical, lançamento oblíquo e órbitas sobre o centro de massa, como descrito em outra seção.

Na segunda parte, os alunos foram expostos ao capítulo nove da série *Cosmos Original* de Carl Sagan, com a qual foram explanados assuntos como evolução estelar, espaço-tempo, velocidade da luz e, finalmente, buracos negros.

Assim como anteriormente, foi feita outra aula expositiva em slides sobre os assuntos supracitados e, logo em seguida, voltou-se ao *Modellus* com as modelagens sobre buracos negros.

3.2.4. Pós-teste

Questões pré-teste	1, 2, 3, 4 e 11	5 e 6	7, 8, 9, 10 e 12
Conceitos	Gravidade	Movimento Relativo	Órbita
Questões pós-teste	1	2	3

Questões pré-teste	1 e 2	3	4
Conceitos	Evolução Estelar	Buracos Negros	Contribuições de Einstein
Questões pós-teste	4	5	6

1- Desde os primórdios, o homem sonha em voar como os pássaros. Esse sonho foi realizado com a invenção dos balões e, em seguida, do avião. O que impede o homem de voar sem os recursos citados?

- 2- Imagine que você está viajando em um ônibus para outra cidade. No banco ao lado, uma pessoa lê um jornal tranquilamente, e, pela janela, você vê várias árvores à beira da estrada. Do seu ponto de vista, entre as árvores e seu companheiro de viagem, quem se move? E, se você estivesse na estrada vendo o ônibus passar?
- 3- Parte das informações que chegam a nossa casa, seja por televisão, internet etc., é transmitida através de satélites. O que você entende por satélite? Onde esses satélites ficam?
- 4- Sabemos que o Sol nos aquece porque transforma sua massa em energia. O que irá acontecer quando o Sol perder sua capacidade de transformar energia diminuir?
- 5- Explique a origem do adjetivo "negro" no nome "buraco negro". Faz sentido atribuir uma cor a esse corpo celeste?
- 6- No início do século XX, as ideias de Albert Einstein revolucionaram o mundo científico. Que ideias são essas?

O pós-teste é aplicado após algum tempo após a aplicação das ferramentas educacionais escolhidas. Os alunos realizaram-no na volta as aulas, passado quase um mês de contato com os conceitos ministrados. Esse tempo é necessário para verificar se a aprendizagem obtida é significativa, se os conhecimentos que os alunos tinham antes da aplicação sofreu evolução ou estagnação. Segundo Penha (2004, p. 12), o uso de expressões mais precisas está associado a uma melhor contextualização dos fenômenos.

Segundo Ausubel (1980, p. 39), uma aprendizagem potencialmente significativa é duradoura. Quando um aluno "aprende" para fazer um exame próximo e esquece o conteúdo em seguida, significa que ele obteve apenas uma aprendizagem mecânica, ele apenas gravou, decorou o conteúdo, sem internalizá-lo.

Pode-se considerar que a avaliação de que a aprendizagem de um dado tema tenha sido significativa possa ser feita pelo uso, ao longo de uma vida, que o indivíduo faz do conhecimento adquirido. Entretanto, não há, infelizmente, "receita de bolo" nem para se identificar conhecimentos prévios nem para produzir alguma evidência de que um aprendizado tenha sido significativo. Um modo de se descobrir conhecimentos prévios é por meio de avaliação das respostas dos aprendizes a um questionário. (PENHA, 2004, p. 2)

As perguntas do pós-teste, foram alteradas em relação ao pré-teste, considerando alguns resultados deste. De acordo com Penha (2004, p. 11), resultados obtidos em diferentes contextos podem se apresentar contraditórios. Pode-se identificar que a aprendizagem detectada por questionários iguais pode ser considerada mecânica, pois o aluno apenas "gravou" superficialmente o conceito e o repete quando identifica a mesma questão. Neste caso, uma aprendizagem potencialmente significativa requer que o aluno seja capaz de usar o conteúdo aprendido em diversas perspectivas e contextos.

4. DESCRIÇÃO DA APLICAÇÃO DO PRODUTO E RESULTADOS

Neste capítulo, usar-se-ão as análises feitas no capítulo precedente tanto no que concerne aos questionários de conhecimentos prévios quanto no material do produto que foi elaborado, com objetivos bem específicos, como foi visto no capítulo precedente, para analisar o comportamento dos alunos frente às novas provocações proporcionadas durante a intervenção didática, culminando com a Física de Buracos Negros.

4.1. Descrição da Aplicação do Produto

O desenvolvimento da proposta de trabalho ocorreu em treze encontros. Os assuntos discutidos em cada um deles estão dispostos na Tabela 9.

Tabela 9: assuntos discutidos em cada encontro

Encontros	Assuntos Discutidos
1º Encontro	Questionário de conhecimentos prévios e o movimento horizontal sujeito a forças: dependência da velocidade e energia com a massa (Modelagem 1).
2º Encontro	Movimento horizontal sujeito a forças: trabalho, energia e estudo de casos (Modelagem 1).
3º Encontro	Queda livre dinâmica: a aceleração da Gravidade, energia cinética, potencial e conservação de energia (Modelagem 2).
4º Encontro	Lançamento oblíquo: elementos básicos de lançamento oblíquo e elaboração das modelagens pelos alunos (Modelagens 3 e 4).
5º Encontro	Noções de órbitas e a velocidade rasante, movimento circular e prática no modelador (Modelagens 5, 6 e 7)
6º Encontro	Gravitação Universal: estudo do centro de massa, Gravitação Universal (Modelagens 8 e 9)
7º Encontro	Leis de Kepler: descrição das leis e estudo das órbitas elípticas (Modelagem 10)
8º Encontro	Questionário de conhecimentos prévios sobre Relatividade Geral e os Buracos Negros: Relatividade Geral: Periélio de Mercúrio (Modelagem 11)
9º Encontro	Relatividade Geral: espaço curvo e limite newtoniano (Modelagens 12 e 13)
10º Encontro	Física de Buracos Negros: morte estelar.
11º Encontro	Física de Buracos Negros: geodésicas, limite de aumento da massa (Modelagem 14 e 15)
12º Encontro	Física de Buracos Negros: estudo das geodésicas no limite do horizonte de eventos (Modelagem 16 e 17).

No primeiro encontro da aplicação da proposta, foram trabalhados os conhecimentos prévios sobre movimento horizontal, mas conectando a Cinemática com a Dinâmica. Nessa oportunidade, buscou-se esclarecer as dificuldades dos alunos com os princípios da Dinâmica, mas conectando-a com a cinemática. Desta vez, escreveram-se as equações da cinemática, e, ao invés de escrever a aceleração, como usual, ela foi escrita com a Segunda lei de Newton, introduzida juntamente à Lei da Inércia, naquele momento. A partir daí foram discutidas e aplicadas as primeiras atividades da primeira modelagem, nas quais foram exploradas duas situações. Na primeira situação, como já discutido na seção anterior, a força dos dois corredores é constante, e o aluno trabalhou, via modelagem, a variação da massa e observou o comportamento dos corredores; na segunda situação, a força dividida pela massa, ou seja, a aceleração, que é mantida constante. Essa atividade foi projetada pelo projetor de slides e acompanhada pelo material impresso que consta no apêndice.

No início do encontro, procurando identificar o que os estudantes já sabiam sobre o assunto, fez-se uso de um questionário para levantamento de informações, com doze questões abertas sobre os assuntos que seriam trabalhados. Buscou-se saber qual a concepção dos estudantes sobre os movimentos, como será analisado neste capítulo. Com essa estratégia, os subsunçores existentes nas estruturas cognitivas dos sujeitos seriam identificados. Desta forma, a modelagem funcionou como um mecanismo para estabelecer a “ponte” entre os conhecimentos prévios manifestados pelos estudantes e as novas informações.

No segundo encontro, discutiram-se as atividades da primeira modelagem, já abordada no primeiro encontro, e também adicionou-se a discussão sobre a noção de trabalho e energia, buscando o aspecto tanto cinemático quanto da dinâmica. Além deste trabalho da modelagem, foi montado um aparato envolvendo dois computadores e um projetor, entre os quais os grupos se dividiam e tinha acesso a um dos computadores, com as modelagens e ao material impresso. Tudo isso foi feito em um laboratório com bancadas, onde se dividiu a turma em grupos de 5 pessoas. Foram usados dois computadores, um ligado ao projetor pelo qual os estudantes acompanhavam a modelagem para realizar as tarefas, e outro disponível para os grupos trabalharem. A ordem de interação no computador foi escolhida pelos alunos. Nesse dia, a turma apresentava 30 alunos, que foram divididos em 6 grupos de 5 integrantes. As atividades foram acompanhadas com textos e aula expositiva realizada professor.

Figura 26: segundo dia de interação do grupo com as modelagens.



O Terceiro encontro teve início com um vídeo que tratava o assunto Queda Livre (Modelagem 2), que foi trabalhado naquela aula. Novamente aplicou-se a mesma metodologia aliada à realização de um experimento real, que foi descrito na seção precedente.

Experimento sobre queda dos corpos:

Para a execução deste trabalho, a turma foi dividida em grupos com cinco integrantes, e foi pedido aos alunos para que medissem um metro de altura, aproximadamente, na parede com uma régua. A marcação foi feita na parede onde se encontrava o quadro. A maioria dos alunos se mostraram mais atenciosos na medição, levando em conta partes não graduadas da régua e a recolocação da régua no ponto certo, para que não se obtivessem resultados muito fora do esperado.

Após as medições, foi pedido que cada grupo separasse dois objetos com dimensões parecidas e massas diferentes. Os objetos mais usados foram borracha e bolinha de papel.

Com o uso do cronômetro dos celulares, cada grupo mediu a duração da queda desses objetos escolhidos, dentro da altura medida. Foram feitas cinco medições para cada objeto e calculada a média aritmética delas. Poucos alunos tiveram dificuldade de entender o conceito de média aritmética e o procedimento para se obtê-la, pois foi usada como referência para a explicação a média que eles têm no final do ano, entre as notas dos quatro bimestres. Essa analogia se mostrou muito bem-sucedida, o que aponta a grande preocupação dos alunos com a nota, o que tira seu foco dos conceitos estudados e, principalmente, da importância deles.

Com a altura medida e o tempo médio de queda em poder, foi pedido aos alunos que calculassem a aceleração da gravidade por intermédio da relação: $g=2h/t^2$, em que g é a aceleração da gravidade, h é a altura medida e t , o tempo encontrado com o cronômetro do celular. Os resultados obtidos pelos alunos variaram entre $8m/s^2$ e $15m/s^2$, o que se mostra plausível pela forma arcaica que o experimento foi realizado. A diferença entre as medidas dos dois objetos de massas diferentes variou entre $0,5m/s^2$ e $2m/s^2$, o que se justifica muito bem pelo método de medida.

Foi pedido aos alunos que comparassem os resultados obtidos com os diferentes objetos e, após, com o valor sugerido pelos materiais didáticos. Todos aceitaram muito bem que o método de medida e alguma possível inabilidade dele não permitiriam que obtivessem um resultado "perfeito" como o do livro didático, porém, pelo fato dos discentes carregarem o conceito de que objetos com massas diferentes caem com velocidades diferentes, a maioria afirmou, com aparente convicção, que a diferença dos resultados se dá pelas massas dos objetos serem diferentes.

Após o experimento, os alunos foram apresentados às teorias de Aristóteles e Galileu sobre a queda dos corpos, e dito que a teoria de Galileu de que a massa não interfere no tempo de queda era a correta. Para ilustrar, os objetos usados por eles foram soltos juntos várias vezes e de várias alturas, mostrando que ambos chegavam ao chão no mesmo tempo.

Mesmo após isso, os alunos continuaram afirmando que os objetos tinham que cair em tempos diferentes e que Galileu estava errado e Aristóteles, certo. Afirmaram também que não acreditavam nas demonstrações feitas, que, mesmo vendo que os corpos estivessem caindo em tempos iguais, eles não acreditavam, pois isso não era possível. Apesar de esses alunos não aceitarem o conceito considerado mais "correto", eles demonstraram uma visão crítica sobre o assunto, o que pode ser considerado um resultado positivo.

Alguns poucos alunos aceitaram que os corpos caíssem em tempos iguais, pois segundo eles: "Galileu disse isso, diferente de Aristóteles. E o professor disse que Galileu está

certo", o que, de certa forma, não é positivo, pois esses alunos não demonstraram visão crítica sobre o assunto discutido.

No quarto encontro, foi dada uma aula expositiva sobre lançamento oblíquo, utilizando a modelagem 3. Nesta aula, além da realização das atividades previstas, os alunos foram incentivados a fazerem sua própria modelagem. Os estudantes montavam a modelagem no papel, discutiam com o professor e, logo após, implementavam no computador. Pediu-se também que o grupo acabasse de montar a modelagem em casa, e foi marcado um dia para a exposição.

No quinto encontro, foi realizado outro questionário, direcionado a coletar os conhecimentos prévios sobre Física de Buracos Negros. Logo após, foi feita uma interação com o modelador envolvendo a órbita, no qual um dos grupos interagiu com o modelador, visando ao estudo do movimento circular, com o uso da modelagem 6, apresentada no caderno de atividades. Nessa modelagem, usou-se o cursor do computador, com o próprio dedo, de forma que, ao mesmo tempo em que o aluno fazia o círculo no espaço xy do computador, aparecia o gráfico do espaço em função do tempo. O objetivo desta atividade foi trabalhar os gráficos e os conceitos de trajetória e função horária, que tantos alunos têm dificuldade de entender.

No sexto encontro, começou-se a estudar a Gravitação Universal de Newton. Os alunos utilizaram a noção de seno e cosseno, trabalhada na aula anterior para estudar as órbitas na modelagem 8. Nesta, foi introduzido o conceito de centro de massa, para posteriormente, na modelagem 9, introduzir-se a Força Gravitacional Newtoniana, com uma órbita circular da lua em torno da terra. Associando a força gravitacional à força centrípeta, os alunos também puderam relacionar força com órbita na modelagem 9, na qual se introduziu, pela primeira vez, a noção de campo gravitacional ligada ao campo gravitacional.

No sétimo encontro, utilizou-se um documentário para introduzir a Gravitação Universal, relacionando-a à história do desenvolvimento científico desde Ptolomeu, passando por Copérnico, Kepler, Galileu, Newton até Einstein. Também foi possível abordar: a origem e estrutura do Universo. O vídeo está disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=FtBTJ20b1QM>. Logo após a exibição, foi trabalhada a modelagem 10, na qual o aluno pôde interagir com as órbitas elípticas. Neste momento, foram introduzidas as Leis de Kepler.

No oitavo encontro, foram discutidas as órbitas dos planetas e a dificuldade de Kepler e Newton para descrevê-las. Suas teorias não explicavam satisfatoriamente a órbita de Mercúrio. Por estar mais próximo do Sol, o planeta Mercúrio está sujeito a um campo

gravitacional forte, e a teoria de Newton não foi capaz de descrever esses fenômenos. Só com a Teoria da Relatividade Geral esse fenômeno pôde ser realmente entendido. Einstein foi capaz de calcular o desvio da órbita através de sua teoria e encontrou resultados muito próximos do real. Esse aspecto foi trabalhado na modelagem da Figura 4.1, do material anexado no apêndice. Nessa modelagem os alunos podem ver a relação entre a massa e as órbitas, usando as ferramentas do modelador.

Começando neste encontro, a exposição dos conceitos foi feita usando um arquivo *PowerPoint* e um projetor de *slides*. O interessante desta técnica, nesse assunto, é que pode se usar muito material que já se encontra pronto, facilitando a vida do professor.

No nono encontro, trabalharam-se alguns elementos de Relatividade Geral, expostos via *slides* e trabalhados nas modelagens das figuras 4.2 e 4.3. Em uma delas, trabalharam-se o espaço curvo e as lentes gravitacionais, mostrando a trajetória das partículas no espaço curvo. Outra modelagem que foi trabalhada foi relacionada com a comprovação da Relatividade Geral, ligando-a ao eclipse do Sol e revelando a curvatura dos raios de luz próxima deste.

No décimo encontro, utilizou-se um episódio da série *Cosmos* – “A Vida das Estrelas” de Carl Sagan, para se introduzir não só o estudo da evolução e morte estelar, mostrado na modelagem 4.4, mas também o surgimento dos buracos negros, conforme é visto na Figura 4.5. Antes de trabalhar as atividades das modelagens. Nessas modelagens estudou-se a morte do Sol, que foi abordada nos questionários prévios, nos quais se apresentaram muitas dúvidas e conceitos errados. Por isso, viu-se a necessidade de se incluir aqui. E para outra modelagem, que apresenta o processo de morte de uma estrela que é massiva o suficiente para criar um buraco negro, foi utilizada a estrela Beteguese, para ilustrar esse problema. Essa estrela é observada na constelação de Órion e está na fase de super-gigante vermelha. Uma das teorias aceitas é de que essa estrela é uma candidata a virar um buraco negro. Para isso, ela vai ter de passar pelo processo de supernova até ser comprimida em um buraco negro. Sabe-se hoje da morte estelar que uma estrela como o sol viraria um anã branca.

No décimo primeiro encontro, estudou-se a modelagem matemática na qual se simularam as geodésicas de uma partícula na presença de um buraco negro. Esse estudo, pôde ser feito pelo aluno utilizando o aumento da massa e vendo o comportamento das geodésicas. O aluno pode verificar o aparecimento do horizonte de eventos. Outra modelagem ainda trabalhada nessa aula foi visando a estudar o comportamento de objetos nas vizinhanças dos buracos negros, do ponto de vista do objeto. Nesta, simularam-se dois astronautas um antes do horizonte de eventos em órbita estável, e o outro caindo no buraco negro. Aqui o estudante

pode interagir com a modelagem mexendo na velocidade angular e no coeficiente de decaimento. Essa simulação foi feita usando uma órbita circular sujeita a amortecimento.

No décimo segundo encontro, foi feita uma prática envolvendo os *Flash Cards*, pelos quais se verificou o que os alunos internalizaram dos conceitos sobre o assunto. A prática foi responder a questionários de múltipla escolha, e, logo depois, colocados em grupo, os estudantes discutirem as questões de cada um para, assim, promover uma competição na qual os alunos levantam *flash cards* com as alternativas dos estudantes e com suas opções, e o professor anota as questões, juntamente a uma redação na qual foram feitas questões com palavras-chaves, e os estudantes montavam, em grupo, as suas redações a respeito do assunto.

4.2. Resultados Obtidos

4.2.1. Questionários prévios

Nesta seção faz-se necessário observar que, para a análise das respostas, foram considerados não só o referencial teórico, mas também os diagramas da Figura 3.1 e a Tabela 3.4, que mostra quais são os objetivos de cada pergunta.

A resposta às primeiras perguntas presentes, agrupadas na Tabela 3.1, buscam avaliar qual a percepção do aluno a respeito da queda dos corpos e a questão massa x peso e se os conhecimentos prévios dos alunos são aristotélicos ou galileanos. Na resposta à primeira pergunta, “Um homem, sobre uma ponte, deixa cair uma moeda. Se este homem resolve pular para recuperar a moeda, ele conseguiria pegá-la no ar? Por quê?”, analisaram-se somente algumas respostas. Um dos alunos respondeu: “no filme do Homem Aranha, uma moça está caindo, e ele consegue pegá-la no ar. Agora eu não sei se as pessoas envolvidas nas cenas mataram as aulas de Física”. O interessante desta resposta é que o estudante apresentou uma visão crítica da situação, que está dentro da análise de Aprendizagem Significativa de Moreira (2000). Apesar de muitos filmes, principalmente os de super-heróis, muitas vezes, violarem as leis da Física, o aluno não só conectou as aulas com o cotidiano em que vive, como analisou criticamente o conteúdo do filme.

Para essa pergunta, apresentaram-se respostas contraditórias. Em uma delas, o aluno diz “Não, pois a moeda é mais leve, e o corpo do homem é mais pesado”. Esta resposta pode ser analisada com diferentes pontos de vista.

Em um deles, pode ser levado em conta os modelos alternativos: De acordo com a literatura, o aluno, quando não tem nenhum conhecimento prévio sobre o assunto, cria uma

resposta alternativa, que não se encaixa em nenhum modelo presente, nem no cotidiano, nem no ambiente escolar (FREITAS, 2010). O que acontece é que os alunos desenvolvem conceitos acerca da Física desde infância e, quando se deparam com as abordagens da escola, que, muitas vezes, é muito mais complexa, o estudante tem tendência a criar uma situação ambígua, na qual, na escola, usa o saber ensinado e dito científico elaborado e, em outras situações, continuam a usar as concepções que já faziam antes, ou seja, alternativas (TEIXEIRA; GARCIA, 2000).

Desta forma, o estudante pode estar usando o conceito que traz de sua vida fora da escola relacionado aos movimentos horizontais, pois, para a mesma força, o aluno sabe do cotidiano que é mais fácil mover um corpo quanto menor for a massa dele.

O interessante desta interpretação é que o estudante coexiste com essas duas interpretações (a alternativa e a científica). Segundo Menino e Correia (2000), o professor deve considerar a concepção alternativa como ponto de partida para a construção do conhecimento e passa a ser o responsável pela condução da transposição.

Uma outra resposta interessante foi: “Sim. Pois o homem é mais pesado então conseguirá pegar a moeda”, revelando o pensamento aristotélico.

Em qualquer análise de questionário, é interessante colocar perguntas para revelar a mesma coisa, pois cada contexto é diferente e pode dizer se o aluno tem um conhecimento sólido ou não. Por este motivo que o sistema de avaliação vigente não serve, muitas vezes, para avaliar se um aluno sabe ou não a questão, pois, se mudar o contexto, pode ser revelado que os conceitos não estão bem enraizados na estrutura cognitiva do aluno.

Baseado nesta premissa, elaboram-se mais algumas questões para verificar a persistência em determinadas respostas ou mudanças.

A outra questão foi: “Um pedreiro solta tijolos do alto de uma casa, para seu amigo no chão. Com o intuito de os tijolos chegarem mais depressa, ele amarra um segundo tijolo ao primeiro. Sua estratégia terá resultado satisfatório? Por quê?”. Nesta pergunta destacou-se a resposta: “Aristóteles criou uma teoria a respeito da queda dos corpos que nos faz entender que os objetos de mais peso caem mais rápido. Então, não funcionará, porque o peso será maior”. Nesta resposta, vê-se claramente a ambiguidade, pois, mesmo defendendo Aristóteles, já que não acredita que corpos de diferentes massas caiam juntos, que é a resposta aceita cientificamente e comprovada por Galileu, o estudante traz o modelo alternativo vindo da percepção dos modelos horizontais. Os alunos trazem a sensação que o mais pesado é mais difícil de empurrar ou puxar, portanto, o mais pesado cai depois. No produto, algumas

atividades foram preparadas para trabalhar bem essa dualidade. Os outros estudantes responderam na linha de Aristóteles, e nenhum respondeu certo.

Uma pergunta mais direta, para realmente medir qual a concepção dos alunos em relação à queda dos corpos, foi realizada: “Do alto de um prédio, são soltas, ao mesmo tempo, uma bola de isopor e uma bola de chumbo, com mesmas dimensões. Qual delas cairá primeiro? Justifique sua resposta”. A maioria dos alunos responderam segundo a concepção de Aristóteles, que o mais pesado cai primeiro, no entanto, um dos alunos respondeu: “A de chumbo irá cair primeiro, pois ela tem mais massa” (além de utilizar a visão de Aristóteles, confundiu peso com massa) ”.

Mostrando mais um conceito que, para os estudantes, é alvo de confusão, a diferença entre peso e massa. As demais respostas revelaram o pensamento Aristotélico sobre a queda dos corpos, que o mais pesado cai primeiro.

Na questão 3 buscou-se confirmar o fato, que os estudantes, trazem, sim, um pensamento aristotélico, mas que pode ser pela própria introdução newtoniana, que separou massa de peso em sua Segunda Lei. Isso se verifica, pois, muitos alunos confundem com a noção de empurrar e puxar, que é devida a modelos alternativos que os estudantes fazem e que apontam para a resposta que diz que o mais leve cai primeiro. Na questão 3, perguntou-se: “Do alto de um prédio, são soltas, ao mesmo tempo, uma bola de isopor e uma bola de chumbo com mesmas dimensões. Qual delas cairá primeiro? ” a tendência se manteve, com foco no postulado por Aristóteles, e modelos alternativos.

A quarta pergunta foi se eles têm alguma ideia sobre o motivo da queda dos corpos. Todos responderam unanimemente que a responsável por isso é a gravidade. Pôde-se, então, verificar que, junto às questões 1, 2 e 3, que os alunos, em sua maioria, atribuem a queda dos corpos à ação da gravidade, percebeu-se também, na primeira resposta, que o aluno, ao usar a expressão "puxa as coisas para o chão", demonstra entender a gravidade como uma força.

Na quinta pergunta, questionou-se: “Dentro de um elevador está uma bolinha, você e sua amiga. Se os cabos do elevador se partirem, e o elevador começar a cair, o que ocorrerá com a bolinha?”. Sabe-se que, neste caso, a força normal desaparece, e todos os objetos caem com a mesma velocidade, então os pés perdem o contato com o chão, assim como a bolinha. Nestas situações, experimenta-se uma sensação de ausência de peso. Como o elevador está fechado, pensa-se que esta flutuando. Essa é uma situação hipotética, mas, nas agências espaciais, os astronautas participam de simulações com o uso deste conceito. Uma simulação interessante é feita com um avião a jato que sobe até uma determinada altitude e depois é posto em queda livre durante um certo tempo. Em uma cabine acolchoada, os ocupantes

experimentam a ausência da força da gravidade. Analisando a resposta dos alunos para essa pergunta muitos dizem que a pessoa dentro do elevador verá a bola ir para o teto, que revela novamente uma concepção aristotélica de que os mais pesados caem mais depressa que os mais leves. Outros alunos ignoram que os objetos caem iguais e que a força normal é zero e continuam dizendo que a bolinha fica presa no chão do elevador.

Na sexta questão, perguntou-se “Sabemos que, quanto mais forte um canhão lança sua bala, mais longe ela irá, em um lançamento oblíquo. Lembrando que a Terra é redonda, o que ocorreria se construíssemos um canhão cada vez mais forte, que lançasse a bala cada vez mais longe?” Analisando as repostas dos alunos, pode-se verificar concepções reveladoras. Primeiramente, o lançamento oblíquo se trata de um movimento em duas dimensões, um movimento retilíneo uniforme na direção horizontal, que determina o alcance, e um movimento vertical de queda livre, devido à ação da força da gravidade. Outro ponto importante é que, na direção horizontal, não existe nenhuma força atuando. A força que provocou o impulso, cessa no momento em que ocorre o lançamento. Analisando a resposta dos alunos, verifica-se nitidamente que eles desconhecem que se trata de um movimento composto. Nessa pergunta, a maioria deles nem menciona a queda dos corpos e a noção que a Terra é redonda, concentrando-se somente no alcance, portanto, não dá para analisar com certeza se eles entendem fisicamente o movimento de lançamento oblíquo. Alguns deles respondem coerentemente que a bala iria dar a volta na Terra. Um dos alunos responde “A bala iria com mais força” dando a entender que a força acompanha a bala, na direção horizontal, esquecendo que a força inicial só atua no momento do lançamento e que, na horizontal, o movimento se move com velocidade constante por inércia, ou essa resposta só revela o mau uso da palavra força, referindo-se que esta, no momento do impulso, é maior. Para uma análise mais completa, seria necessário fazer mais perguntas sobre esse conceito, para confirmar essas análises.

As perguntas 7 e 8 tratam da compreensão de órbita. Na Física Órbita, é a trajetória que um corpo percorre ao redor de outro sob a influência de alguma força. Aqui, a força é a gravitacional. Na questão 7, na qual se pergunta “Você sabe o que é órbita?”, a maioria tem uma ideia intuitiva, que se relaciona com fenômenos que ocorrem no dia a dia, como a Lua orbitar em torno da Terra, a Terra orbitar em torno do Sol, mas poucos mencionam a força da gravidade. Quando se pergunta “Sempre vemos a Lua solta no céu. Por que ela não cai?”, feita para forçar o aluno a refletir sobre o que os mantém unidos, alguns falam que é a força gravitacional, mas poucos têm noção sobre a implicação disso. Na questão 11, volta-se a perguntar sobre o assunto “Você deve ter ouvido falar que a Lua gira em torno da Terra e que

a Terra gira em torno do Sol. Como você acha que esse fenômeno acontece?”. Neste caso, surgem várias respostas interessantes, retomando o verdadeiro significado da força da gravidade, respondendo que “um atrai o outro”.

Na questão 9, na qual se pergunta “Sempre vemos o Sol nascer no leste e se pôr no oeste. O que faz o Sol se mover?”. Aqui surgem dois tipos de respostas interessantes, uma que corrige a pergunta, dizendo que é a Terra que gira em torno do Sol e não ao contrário e mostrando que o pensamento heliocêntrico está cristalizado em nossa sociedade; e a outra resposta, dizendo “o Sol não se move, está parado”, desconhecendo o resto do Universo, mostrando que, para o estudante, o sistema solar é tudo que existe.

Na questão 10, quando se pergunta “Você sabe o que é força da gravidade?”. Alguns alunos só conectam com a força nas vizinhanças da terra “que faz agente cair”. No entanto alguns relacionam a gravidade com a coesão da matéria na escala astronômica.

Segundo questionário:

Após a aplicação da parte I do material, relacionado com a cinemática e dinâmica dos movimentos nas vizinhanças da terra; da parte II, sobre o estudo Gravitação Universal; e parte III, abordando as Leis de Kepler, passou-se ao estudo da Relatividade Geral e Física de Buracos Negros, então no oitavo encontro. Antes de começar essa última etapa, aplicou-se outro questionário para verificar os conhecimentos prévios.

Nas primeiras duas questões, buscou-se verificar se o aluno possui noção sobre o ciclo de nascimento e morte das estrelas, entendendo de onde surgem e em que se transformam após sua vida. O objetivo da inclusão deste tópico foi para que os estudantes compreendessem as estrelas como astros que não são perpétuos como parecem, isto é, formam-se no interior de uma nebulosa, passam por diferentes fases evolutivas e, no final de seu processo evolutivo, transformam-se em um corpo compacto. O objetivo também foi introduzir o buraco negro a partir da morte de estrelas supermassivas.

Quando perguntado se “Todo ser humano nasce cresce e morre, e, quando morremos nosso corpo vira matéria inorgânica. E o nosso Sol? Um dia, vai morrer? E, se morrer, em que você acha que ele se transformaria?”. Além de alguns alunos não terem a mínima ideia sobre o ciclo de vida e morte do Sol ou qualquer astro, obtiveram-se respostas interessantes como “Ele explode e ficaria escuro”, mostrando que alguma coisa esse aluno ouviu falar, sobre o processo, e com o conhecimento que, um dia, a luz própria do Sol vai cessar. Outra resposta

interessante: "Sim, porque o Sol é uma fonte de energia e, como toda fonte de energia, um dia se esgota. E, quando morrer, ele vai destruir os planetas". Esse aluno não só tem ideia de que a energia do Sol um dia vai se extinguir, como levanta a ideia de que o Sol vai destruir planetas, mas não se sabe aqui se ele pensa que vai explodir ou ele tem ideia de que o Sol vai virar uma gigante. Analisando a resposta de outro aluno, "Sim, vai morrer e ele se transformaria em um meteoro." Verifica-se que talvez os alunos pensem que o Sol vai explodir em milhões de pedacinhos, pois é isso que eles observam na terra.

Na pergunta seguinte buscou-se não só detalhar mais a primeira pergunta, como também introduzir a noção da gravitação em estrelas compactas. A pergunta foi: "Suponha que o Sol um dia morresse. Os planetas continuariam a girar em torno dele?". As repostas para essa pergunta se revelaram bastante importantes. Em uma delas, o aluno respondeu: "Não, pois não teria força para atrair os planetas", mostrando que, para este aluno, quando o Sol morre, a força da gravidade acabaria. Para outro aluno, que respondeu que "Não, pois ele não vai mais existir", mostrando que a morte do Sol implica no seu desaparecimento. Um dos estudantes deu uma resposta bem razoável: "Sim, porque ele continuaria tendo gravidade, ele não sumiu, só apagou", mas desconhece a transformação em estrela compacta.

Quando se perguntou "É possível planetas girarem em torno de algo invisível?". Um aluno lembrou-se do Buraco Negro. Outro falou: "Sim, talvez tenha um planeta que não possamos ver". É interessante esta resposta, pois ele conectou com planetas, e não com estrelas, então talvez o primeiro estudante que falou do buraco negro não o conecte com a morte estelar. Não há uma ligação entre a morte de uma estrela com o nascimento de um buraco negro. Segundo Moreira (1999), a ligação entre esses conceitos só vem a acontecer quando estes se ordenam na estrutura cognitiva do aluno sendo assim, progressivamente, internalizadas e aprendidas.

Para outro aluno, "Sim, por causa da gravidade. Ele é invisível, mas existe". Considerou que, apesar de ser invisível, ele continua existindo. O interessante é que a palavra morte como da pergunta anterior relaciona-se, na cabeça do aluno, à destruição e não existência, mas a palavra invisível é menos catastrófica.

Por fim, perguntou-se "Você saberia dizer o porquê de Einstein ser tão famoso?". O objetivo desta pergunta foi verificar se os estudantes sabem sobre os grandes ícones da ciência. A maioria dos alunos sabe que é pela contribuição para a ciência, mas não sabem especificar qual. Um dos alunos respondeu "Porque ele descobriu sobre a volta no tempo". Interessante resposta, pois uma das contribuições do Einstein foi a unificação do espaço com tempo. Com essa unificação, o tempo passa a ser diferente da concepção newtoniana,

tornando-se um eixo e podendo ir para o passado, presente e futuro. Mas com a inserção da causalidade da teoria, pode-se ver que existem restrições, pois um corpo não pode viajar mais rápido que a velocidade da luz na Teoria da Relatividade de Einstein, então um evento que esteja fora do cone de luz nunca seria visto por um observador no futuro. Na concepção newtoniana, o tempo é considerado apenas como um parâmetro. Algumas destas discussões estão no referencial teórico na seção 1.5.2. Outro aluno respondeu: “Porque ele foi o primeiro homem a ter a ideia do que é um buraco negro”. Essa resposta também foi interessante, apesar de incorreta, pois a primeira pessoa a conjecturar a existência de um buraco negro, ou seja, uma estrela com um campo gravitacional tão intenso que nem a luz pudesse escapar, foi John Michael. Na ocasião, ele chamou essa estrela de estrela negra (mecânica newtoniana).

Se um semidiâmetro de uma esfera da mesma densidade do sol está além do sol em uma proporção de 500 vezes, um corpo caindo de uma altura infinita para ele teria adquirido em sua superfície maior velocidade que a da luz e, conseqüentemente, supondo-se que a luz seja atraída pela mesma força em proporção ao sua inércia com outros organismos, toda a luz emitida por um corpo como este retorna em direção a ele por sua própria gravidade adequada. (MICHELL,1783)

John Michell, no entanto, usou a teoria newtoniana para fazer o cálculo somente com a Relatividade Geral. Einstein provou que a gravidade pode influenciar no comportamento da luz. O buraco negro mais simples calculado com a teoria da Relatividade Geral foi o de Schwarzschild (1916).

Figura 27: Grupo resolvendo as atividades.



4.2.2. A Aplicação da Modelagem Matemática

De posse dos resultados dos pré-testes, os alunos foram apresentados às modelagens de modo a se trabalharem os conhecimentos prévios detectados. Nos testes anteriores, unido com a convivência com a turma, foi possível verificar potencialidades e dificuldades dos alunos, adaptando o conteúdo a suas individualidades (Freire, 2008).

Assim, o conteúdo foi dividido em quatro partes:

Integração da cinemática com a dinâmica

Alguns alunos veem a queda livre como movimento horizontal, além do senso comum. As modelagens desta parte, foram projetadas para sanar as dificuldades dos alunos em queda livre. Em um primeiro momento, os alunos estavam inquietos, preocupados com o método de avaliação. Um deles, que não tinha a mesma preocupação, disse: “Deixa eu ouvir, gente!” e obteve um rendimento superior aos outros, pois se mostrou interessado no conteúdo e não em nota (Luckesi, 2011).

A aplicação das modelagens desta fase foi sem sobressaltos até a modelagem específica de queda livre. Um dos alunos disse: “Isso acontece no computador. Na realidade, não funciona assim” e, com base nesse comentário, foram feitas várias demonstrações de objetos com massas diferentes em queda, demonstrando que, quando não há interferência do ar (objetos de mesmas proporções), ambos caem ao mesmo tempo, após as demonstrações, o aluno respondeu: “Estou vendo acontecer, mas é inacreditável. Eu quero acreditar, mas não consigo”.

Vemos aqui uma quebra de paradigma, pois o aluno quer assimilar o novo conceito, mas seus pré-conceitos e senso comum não permitem.

Após isso, os alunos foram convidados a interagir com as modelagens, gerando euforia por parte de alguns. Eles organizaram a ordem para usar o computador fazendo comentários como: “Deixa eu brincar também?”. O autor do comentário foi um dos que obteve melhores resultados, criando sua própria modelagem.

Gravitação Universal

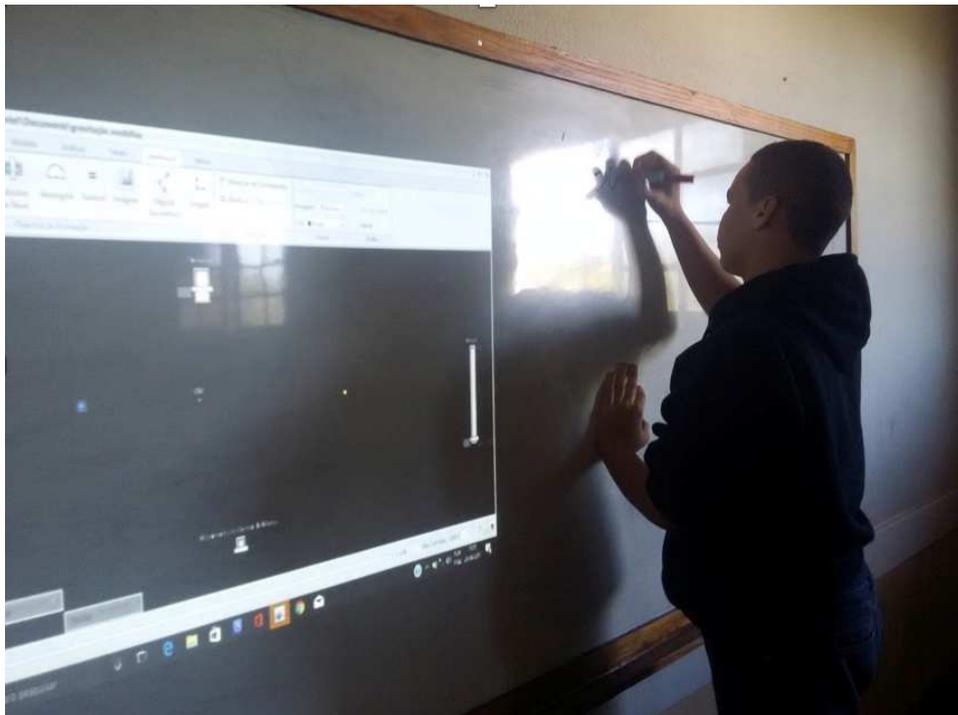
Nessa etapa, trabalharam-se as modelagens sobre Gravitação Universal, e alguns alunos que não estavam interessados na aplicação foram contagiados pelos colegas. As imagens de planetas e o contato com a astronomia trouxeram comentários como: “Nos filmes,

as escolas têm clubes de Astronomia. Por que a nossa não tem?” Foi esclarecido a este aluno que nada o impede de criar um clube de Astronomia, tudo depende do interesse de cada um. Após isso, ele respondeu: “Então vamos fazer gente! Como é que faz?” Assim, os passos iniciais foram passados para o aluno, que se predispôs a pesquisar sobre o assunto.

Quando introduzidas as noções sobre atração dos corpos, muitos alunos relacionaram o fenômeno ao magnetismo. Mostrando uma aprendizagem por percepção, o aluno recebeu um novo conceito (gravitação), e este passa a atuar em sua estrutura cognitiva de forma a se relacionar com ideias ou modelos relevantes já existentes em sua estrutura cognitiva (magnetismo) (AUSUBEL, 1963).

Quando trabalhada velocidade de escape, os alunos começaram a sugerir gravidades maiores e velocidades de escape maiores. Neste momento, foi dito a eles que o limite para a velocidade é a velocidade da luz e perguntado “E se a velocidade de escape for igual ou maior que a velocidade da luz?”. Neste momento, houve silêncio na sala por um bom tempo, e um dos alunos fez a seguinte pergunta: “Isso seria o buraco negro?”, lembrando que os conceitos de buraco negro não haviam sido trabalhados. Ao perguntar ao aluno o porquê de ter chegado a esta conclusão, ele pediu para ir ao quadro como mostrado na figura abaixo.

Figura 28: Aluno explicando a ideia que teve sobre o conteúdo.



Leis de Kepler

Ao se trabalharem as leis de Kepler, foi descoberto que alguns alunos já haviam sido expostos ao conteúdo, porém percebeu-se que a forma que é passada gera concepções errôneas, pois as excentricidades mostradas nos livros didáticos são exageradas, mesmo seja informado sobre o erro, a falsa informação é absorvida e internalizada. (ARONS, 1990)

Os alunos entendem que a excentricidade da órbita da Terra, por exemplo, é como a dos livros. Eles chegam a conclusão, errônea, de que, quando a Terra está no seu afélio, acontece o inverno e, no periélio, ocorre o verão. Percebem-se muitos comentários como: “Eu aprendi assim na outra escola” ou “Está aqui, no livro”.

Para sanar essas dúvidas, foi ministrada uma aula extra sobre a inclinação do eixo da Terra e como ocorrem as estações do ano. Mesmo que este conteúdo não esteja na programação, ele se mostrou importante no caso descrito.

Nas modelagens utilizadas, não se usou a órbita terrestre com excentricidade exagerada. No lugar, colocou-se Plutão, com excentricidade correta, que, mesmo sendo relativamente pequena, pode ser facilmente observada. Além de Plutão, os alunos foram apresentados a objetos com grandes excentricidades, como o cometa Halley. Neste momento, surgiram questionamentos sobre a periodicidade deste, e a grande pergunta que todos os envolvidos se faziam foi: “Quando eu vou poder vê-lo?”. Poder ver um cometa algum dia prendeu bastante a atenção dos alunos, tornando a experiência bem satisfatória.

A Relatividade Geral e o buraco negro

Desde o início das atividades, os alunos estavam cientes de que se estudaríamos os buracos negros e estavam ansiosos para começar esta parte. Alguns alunos, ao se trabalhar a Relatividade Geral, iniciaram um debate sobre filmes que haviam visto com esses conceitos. Alguns comentários apareceram como: “Mas isso é coisa de filme”. Neste momento, foi importante destacar a diferença entre os conceitos de Relatividade Geral e Buraco Negro e como são abordados nos filmes.

Ao se trabalharem as geodésicas dos buracos negros, os alunos questionaram a qual distância estariam “seguros”, o que foi importante para trabalhar o raio de Schwartzchild. Os alunos estavam interessados nos comportamentos das órbitas geodésicas em diferentes distâncias. Ao ver o comportamento de órbitas menores, um deles comentou: “Ele cai num buraco e depois sai né? Por isso o nome Buraco Negro? Então, se ele chegar muito perto, ele

não sai mais”. Após os debates sobre este comentário, o aluno completou: “Eu não quero ser cientista nem nada disso, mas gosto de ver sobre essas coisas”.

Apreensões

Com base nas observações feitas após a aplicação do produto, percebe-se que um grupo de indivíduos estava predisposto a aprender o conteúdo a ser trabalhado. Esse grupo apresentou interesse sobre o conteúdo em si, enquanto o outro grupo apresentou interesse no processo avaliativo, ou seja, na obtenção de nota pela participação das aulas.

Figura 29 – Alunos interagindo com Modelagem



Sabe-se que o foco deste trabalho é a aprendizagem, porém o interesse do indivíduo na aprendizagem é crucial para o sucesso desta. Isso já é admitido por Ausubel (1968), que mostra que, para que haja a aprendizagem significativa, não só o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo, mas o indivíduo deve apresentar disposição para relacionar o novo material de modo substantivo, e não arbitrário, à sua estrutura de conhecimento.

Notou-se também que o processo avaliativo tradicional criou uma barreira para o segundo grupo, para o conteúdo trabalhado. Os alunos supracitados apresentaram aprendizagem inferior ao grupo interessado no conteúdo em si, o que mostra uma aprendizagem puramente mecânica.

A Pedagogia Tradicional, segundo Luckesi (2011), é focada no currículo, sustentando a prática de verificar e classificar aquilo que já foi apresentado, porém a prática da avaliação da aprendizagem deve operar subsidiando o que está por ser construído ou em construção.

A avaliação é a mediação entre o ensino do professor e as aprendizagens do professor e as aprendizagens do aluno, é o fio da comunicação entre formas de ensinar e formas de aprender. É preciso considerar que os alunos aprendem diferentemente porque têm histórias de vida diferentes, são sujeitos históricos, e isso condiciona sua relação com o mundo e influencia sua forma de aprender. Avaliar, então é também buscar informações sobre o aluno (sua vida, sua comunidade, sua família, seus sonhos...) é conhecer o sujeito e seu jeito de aprender. (FREIRE, 2005, pg. 10)

Com base no pensamento de Luckesi (2003), o sistema tradicional de avaliação gera medo no educando, habituando-o a estar sob o domínio do educador. Nota-se que isso acaba por atrapalhar o processo de aprendizagem, pois traz o foco do aluno à avaliação, tirando-o do conteúdo, o que torna a aprendizagem puramente mecânica, não havendo então aprendizagem potencialmente significativa.

CONCLUSÃO

Nessa intervenção didática, verificou-se que, quando a metodologia se baseia em um conteúdo que é significativo para o estudante, esta pode funcionar como uma ferramenta para despertar o prazer pela ciência. O tema Física de Buracos Negros já desperta, em si, a construção de significado e valorização do aprendizado. Isso se deve ao fato deste conteúdo está sendo estudado pelos pesquisadores e apresentado em profusão pela mídia, além de seu interesse natural.

Constatou-se que a apresentação dos conceitos da Física newtoniana, com a roupagem dessa proposta, tornou esse conteúdo mais atrativo. Já com o uso da física newtoniana, o conceito de buraco negro já tinha sido proposto por John Michell (1783), que, nesta ocasião, chamou de estrelas negras. E, em sua proposta, ele intuiu a possibilidade de existir uma estrela de mesmo tamanho e com densidade quinhentas vezes maior que o Sol. Neste caso, essa estrela geraria um campo gravitacional tão forte que nem a luz pudesse escapar, por isso o nome de estrela negra.

Veja que a compreensão de uma estrela com essas propriedades pode ser tratada com a física newtoniana. Esta é somente uma das conexões que pôde ser estudada neste trabalho e que despertou grande interesse por parte dos alunos, desmistificando a visão destes de que estes conceitos são de difícil compreensão.

É importante ressaltar a importância dos questionários iniciais para se obterem os conhecimentos prévios dos alunos, pois não se deve introduzir conceitos novos sobre alicerces não sólidos. Por esse motivo, as dificuldades dos alunos apresentadas nos conhecimentos prévios foram consideradas na elaboração do material. A ideia foi promover atividades que pudessem proporcionar não só a correções de erros conceituais e modelos alternativos que os alunos fazem, mas também introduzir uma nova visão sobre o mesmo assunto. Por exemplo: a introdução do conceito de força sobre massa, nas equações da Cinemática, e não direto chamar de aceleração, pois o conceito de força e massa são pontos de dúvida dos alunos.

Nesse ponto, a Cinemática, que foi caracterizada por muitos pesquisadores sendo de difícil compreensão e mal vista pelos alunos por ser muito matemática, ganhou uma nova visão. Por exemplo: a queda dos corpos, que, para os alunos, é chata e desinteressante, torna-se extremamente interessante quando se pede para o aluno analisar o que acontece quando o raio de uma estrela se comprime ao tamanho de uma bola de gude. Essa forma de abordagem desperta, naturalmente, a busca por explicações mais completas e desperta curiosidades. A

estratégia apresentada coloca o professor como elemento de extrema importância em sala de aula, pois o aluno vê, no docente, uma forma de esclarecer as suas dúvidas.

No entanto, a formalização matemática não pode ser deixada de lado, pois é esse o código usado pela sociedade para explicar a natureza. Neste ponto, o modelador matemático, como analisado nesta dissertação, pode introduzir as duas naturezas: a representação através das animações e o modelo matemático. As atividades buscaram fazer o aluno interpretar a modelagem à medida que introduz os conceitos físicos e a história da ciência, além de apresentar um conteúdo visual muito bem elaborado.

Com o auxílio dos referenciais teóricos e dos estudos sobre como introduzir a FMC no Ensino Médio, pôde-se obter um referencial metodologicamente bem construído. Através das análises e frases dos alunos, sobre os assuntos apresentados, pôde-se reconhecer muito da evolução do pensamento científico, além de revelar muita analogia com os relatos vivenciados por outros pesquisadores, no que diz respeito à introdução de conceitos que conflitam com o senso comum além daqueles relativos à FMC no Ensino Médio.

No primeiro momento, quando se aplicou o questionário prévio, verificou-se que muitos alunos não demonstravam interesse nas atividades iniciais, no entanto, os próprios alunos se reorganizaram, e esse interesse foi sendo construído à medida que os conceitos foram apresentados e solidificados. Este interesse foi verificado na “atividade final”, em que todos participaram animadamente dos debates sobre a Física de Buracos Negros e outros temas, como aceleração do universo etc. Outro ponto positivo da proposta, foi que os alunos passaram a fazer perguntas sobre a FMC que antes não existiam, culminando na proposta da criação de um clube de Astronomia.

Quanto ao desempenho conceitual, verificou-se um maior empenho dos alunos em buscar novas fontes, trazendo mais perguntas para o professor. No convívio com os alunos, percebeu-se um aumento no desempenho acadêmico.

Para não falar só de pontos positivos, convém criticar o fato de, apesar de a escola ter uma sala de informática com 15 computadores, onde os alunos podiam fazer as tarefas, está subutilizado por falta de pessoal especializado para fazer as devidas atualizações e manutenção do equipamento.

Espera-se, com este trabalho, que o material desenvolvido e analisado nesta dissertação, juntamente ao livro do produto, possa ser de alguma ajuda para estudantes e professores que desejarem entender um pouco do fascinante mundo dos buracos negros.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, M. A Utilização do Software *Stellarium* no Ensino de Astronomia. 2009.

ANDRADE, P. F. & LIMA, M. C. M. *Projeto EDUCOM*. Brasília: MEC/OEA, 1993.

ARAÚJO I. S., VEIT E. A. e MOREIRA, M. A., *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 26, 179 (2004).

ARAUJO, I. S.; VEIT, E. A.; MOREIRA, A., *Atividades de modelagem computacional no auxílio à interpretação de gráficos da Cinemática*, *Revista Brasileira de Física*, 26, n.2, p. 179-184, 2004.

AUSUBEL, D.P., *Aquisição e Retenção de Conhecimento: Uma Perspective Cognitiva*, Plátano Edições Técnicas, Portugal, 2003).

AXT, R. *Tópicos em Ensino de Ciências*, editado por M.A. Moreira. (Sagra, Porto Alegre, 1991).

BARRABÍN, J. M. qué ha vernos e inviernos? Representaciones de estudiantes (12-18) y de futuros maestros sobre algunos aspectos del modelo Sol-Tierra. *Enseñanza de las Ciencias*, v.13, n.2, p.227-236, 1995.

CAMINO, N Ideas previas y cambio conceptual en Astronomía. Un estudio con maestros de primaria sobre el día y la noche, las estaciones y las fases de la luna. *Enseñanza de las Ciencias*, v.13, n.1, p.81-96, 1995.

CUPANI, A e PIETROCOLA, M., *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* 19, 1000 (2002);

DIONIZIO, P. H., *O método Keller e sua aplicação no ensino de física geral na universidade*. Dissertação de Mestrado da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) 1976.

FISCHLER, H.; LICHTFELDT, M., “Learning Quantum Mechanics” in Duit. R., Goldberg, F.J., and Niedderer, H., eds, (1992) *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*, (IPN 131, Germany).

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia*. Rio de Janeiro: Paz e Terra; Anca/MST, 2004.

FREITAS, F. W. L. *Análise dos conceitos da aceleração, gravidade e força peso, apresentados nos livros de física selecionados pelo MEC*, Monografia apresentada no Curso de Física Licenciatura Plena, Universidade Federal do Ceará, 2010.

GOMES, A intervenção da construção de modelos no estudo de um tópico de Física utilizando um ambiente de modelagem computacional qualitativo, *Revista Brasileira de ensino de Física*, v. 28, n. 4, p 453 - 461 (2006).

HALLON, I. A., *Modeling Theory in Science Education* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2004).

JUSTI, R. e GILBERT, J, *International Journal of Science Education*, 22, 993 (2000).

LANGHI, R., NARDI R. Dificuldades interpretadas nos discursos de professores dos anos iniciais do ensino fundamental em relação ao ensino de Astronomia. *Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia RELEA*, n. 2, p. 75-92. 2005.

LANGHI, R., *Ideias de Senso Comum em Astronomia* Este texto foi elaborado com base na apresentação oral de mesmo título no 7º Encontro Nacional de Astronomia (ENAST), em novembro de 2004.

LOMBARDI, O., *Educacion en Ciencias* 2, 5 (1999);

LUCKESI, C. C., *Avaliação da aprendizagem escolar: componente do ato pedagógico*. 15. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LUCKESI, C. C., *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. 15. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

M.A. Moreira, *Teorias de Aprendizagem* (EPU, São Paulo, 1999).

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. Possibilidades e limitações das simulações computacionais no ensino da Física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, São Paulo - SP, v. 24, n. 2, 2002.

MENDES, J. e Costa, I, O uso do software *Modellus* na integração entre conhecimentos teóricos e atividades experimentais de tópicos de mecânica 2012.

MENDES, J. O Uso do Software *Modellus* na Integração Entre Conhecimentos Teóricos e Atividades Experimentais de Tópicos de Mecânica sob a Perspectiva da Aprendizagem Significativa. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, 2009.

Modellus, Software Livre, disponível em: (<http://modellus.co/index.php?lang=pt>) (última visualização: 3/3/2017).

MOREIRA, Atividades de modelagem computacional no auxílio à interpretação de gráficos de Cinemática, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 26, n. 2, p. 179 - 184, (2004).

MOREIRA, M. A., *A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua Implementação em Sala de Sula* (Editora Universidade de Brasília, Brasília, 2006).

MOREIRA, M. A., *Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel*, Centauro, São Paulo, SP, 112 p., 2006.

MOREIRA, M.A. e MASINI, E.F.S, *Aprendizagem Significativa*, Centauro, São Paulo, 2006.

NARDI, R.; CARVALHO, A. M. P. Um estudo sobre a evolução das noções de estudantes sobre espaço, forma e força gravitacional do planeta Terra. *Investigações em ensino de ciências*, v.1, nº2. Porto Alegre. UFRGS. 1996.

UNESCO, ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS PARA A EDUCAÇÃO, A CIÊNCIA E A CULTURA, *ICT transformineducation: A Regional Guide*. 2010. (<http://unesdoc.unesco.org/images/0018/001892/189216E.pdf>) (última visualização: 3/3/2017)

OSTERMANN, F.; MOREIRA, M. A., *Atualização do Currículo de Física na Escola de Nível Médio: Um Estudo Dessa Problemática na Perspectiva de uma Experiência em Sala de Aula e da Formação Inicial de Professores*, Cadernos Catarinenses de Ensino de Física, v. 18, n. 2, p. 135-151, 2001.

PENHA, A Gravitação Universal, Um texto para o Ensino Médio, Revista Brasileira de ensino de Física, v. 26, n. 3, p 257 (2004)

PEREZ, G. , D.; SENET; F.; SOLBES, J. La introduccion a la física moderna: un ejemplo paradigmatico de cambio conceptual. Enseñanza de las Ciencias, Barcelona, n. extra, p. 189-195, 1987.

PROINFO, Programa Nacional de Informática na Educação, disponível em: (<http://www.fnde.gov.br/programas/programa-nacional-de-tecnologia-educacional-proinfo>) (última visualização: 3/3/2017)

ROUSSEAU, Jean-Jacques. Do contrato social. São Paulo: Abril Cultural, 1978. Discurso sobre a origem e os fundamentos da desigualdade entre os homens. * São Paulo: Abril Cultural, 1978.

SILVEIRA, S. A.; CASSINO (Org.). Software Livre e Inclusão Digital. São Paulo: Conrad Editora do Brasil, 2003.

SOLBES, J. The introduction of modern physics: overcoming a deformed vision of science. International Journal of Science Education, London, v. 15, n. 3, p. 255-260, 1993.

Stellarium, Software de código aberto. (<http://www.stellarium.org/pt/>) (última visualização: 3/3/2017)

SUBIP/SEDF, Rendimento por DRE e Componente Curricular x Rede Pública de Ensino do DF, 1º e 2º Bimestres de 2008, Ensino Médio.

TEODORO, S. R. A história da ciência e as concepções alternativas de estudantes como subsídios para o planejamento de um curso sobre atração gravitacional. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Bauru: Faculdade de Ciências, UNESP, 2000.

VALENTE, J. A. & ALMEIDA, F. J. Visão Analítica da Informática no Brasil: a questão da formação do professor. *In* Revista Brasileira de Informática na Educação-SBIE, 1997.

VOSNIADOU, S., & SKOPELITI, I. Developmental Shifts in Children's Categorizations of the Earth. In B. G. Bara, L. Barsalou, & M. Bucciarelli (Eds.), *Proceedings of the XXVII Annual Conference of the Cognitive Science Society, Italy, 2005.*

APÊNDICE

APÊNDICE A



Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física
Sociedade Brasileira de Física
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense

PRODUTO DIDÁTICO

ALGUNS ASPECTOS DA FÍSICA DE BURACOS NEGROS ATRAVÉS DA MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INTERVENÇÃO DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Victor Hugo Rangel de Oliveira

Campos dos Goytacazes/RJ
2017/2º Semestre

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	1
PARTE I – Integração da Cinemática com a dinâmica.....	2
PARTE II: Gravitação Universal.....	15
PARTE III: As Leis de Kepler.....	22
PARTE IV: A Relatividade Geral e o Buraco Negro.....	30

INTRODUÇÃO:

Neste material paradidático, foi elaborado um conjunto de atividades sobre alguns aspectos da Física de Buracos Negros e seus pré-requisitos, para ser utilizado por alunos e professores que atuam no Ensino Médio. A ideia deste trabalho se originou do Currículo Mínimo do Ensino Médio proposto pela Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro, em que o tema Física de Buracos Negros é um elemento norteador.

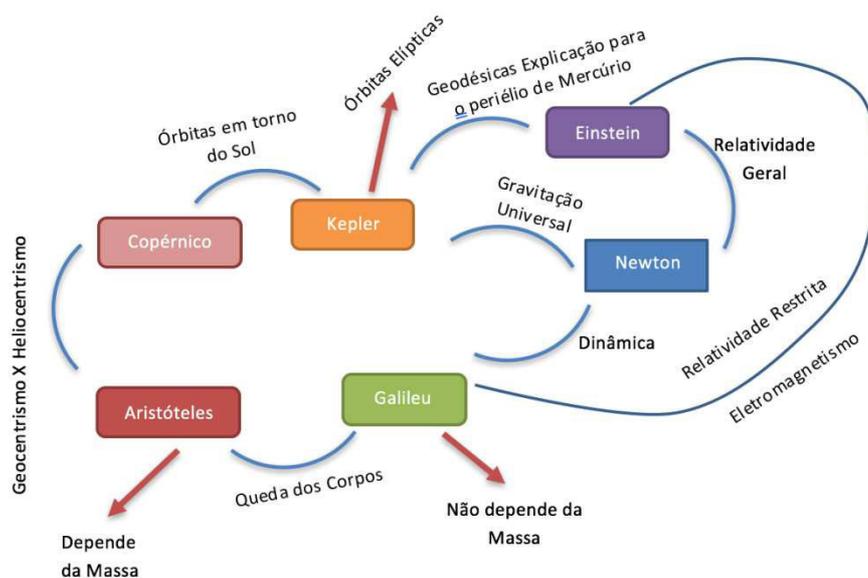


Figura 1: Mapa conceitual das quebras de paradigmas da ciência.

Essa proposta foi baseada no resultado da aplicação do documento de dissertação do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), sobre alguns aspectos da Física de Buracos Negros e seus pré-requisitos. Utilizou-se como organizador educacional o *software* de modelagem matemática *Modellus*. O conteúdo deste material foi dividido em três partes. Na Parte I, trabalhar-se-á com as dificuldades dos alunos inerentes aos conhecimentos prévios necessários para o entendimento da Física de Buracos Negros. Na parte II, serão trabalhadas a Gravitação Universal e as Leis de Kepler. Na parte III, abordam-se os elementos básicos de Relatividade Restrita e Geral, culminando na Física de Buracos Negros. A abordagem aqui é sugerir uma série de modelagens para tratar os assuntos de cada parte. As atividades foram construídas utilizando as modelagens matemáticas, incluindo os textos explicativos, gráficos e equações.

Obs.: Todas as modelagens se encontram disponíveis em CD-ROM

PARTE I – Integração da Cinemática com a Dinâmica

Apesar de este capítulo tratar de movimentos afetados pela força gravitacional nas vizinhanças da Terra, as primeiras atividades foram relacionadas com movimentos horizontais visando esclarecer algumas confusões que os alunos fazem no movimento em queda livre.

Modelagem I: Movimento Horizontal Sujeito a Forças

Nesta atividade, será introduzido o conceito de Força Newtoniana, visando esclarecer as dúvidas mais frequentes dos alunos.

Nesta atividade, foi construída uma modelagem contendo dois casos: o primeiro considerando dois corredores em uma competição em uma dimensão com movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

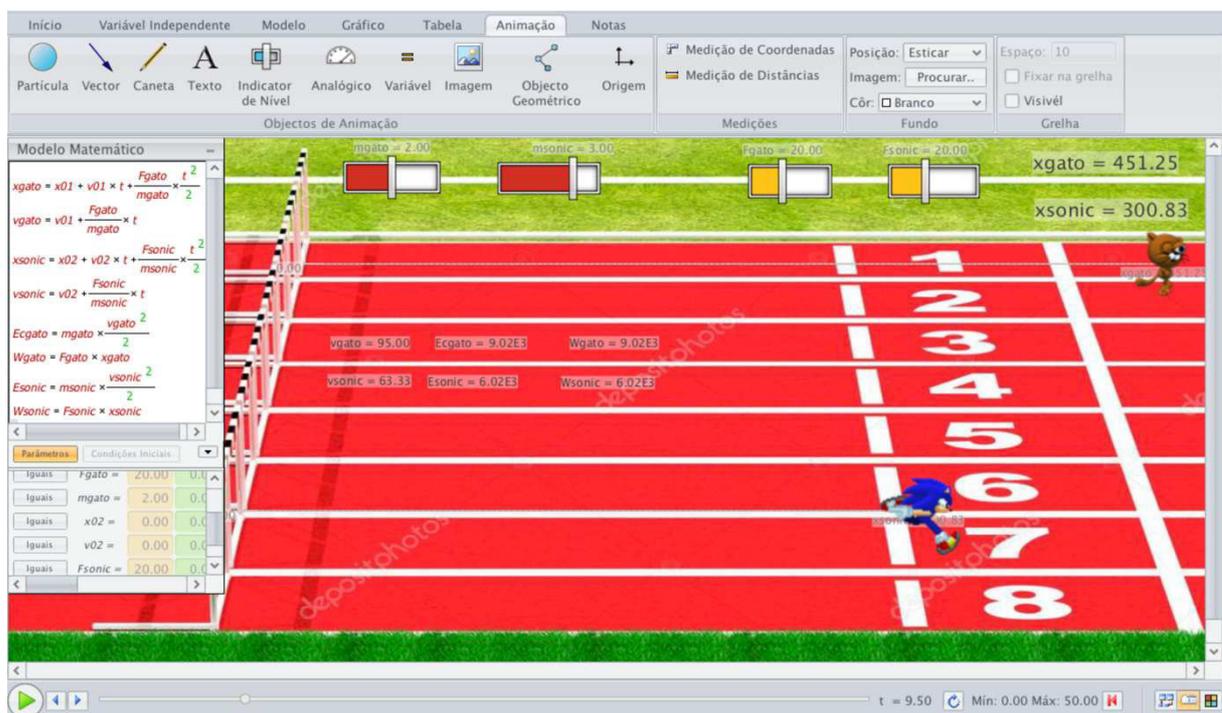


Figura 2: Exemplo da modelagem simulando uma corrida entre o Sonic e Magnata ,“O Gato”.

O objetivo desta modelagem é estudar a relação entre força, massa, energia e velocidade. Nesta modelagem, está simulado um movimento retilíneo uniformemente variado. Com ajuda das barras vermelhas, pode-se variar a massa de Magnata (m_1) e a massa do Sonic (m_2). Pode-se variar também a força que o solo imprime no Magnata (F_1) e no Sonic (F_2).

Procedimentos: Antes de iniciar as atividades, zere todos os parâmetros. calibre o tamanho da pista, para assegurar que todos percorram o mesmo espaço. Para calibrar, é só colocar as massas iguais, na mesma posição, e assegurar que, na chegada, os dois tenham o mesmo deslocamento.

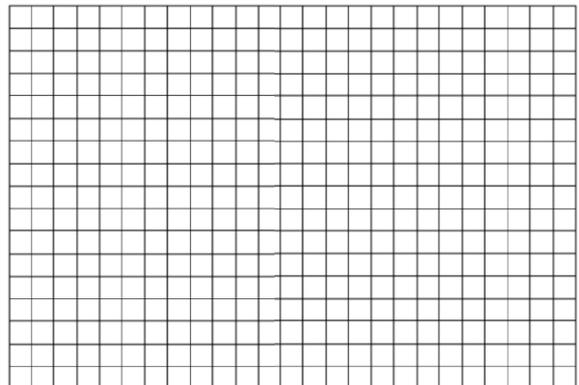
Atividade 1: Dependência da velocidade e energia com a massa

Suponha que a força que atua no Sonic seja a mesma que atua no Magnata. Para essa tarefa, assuma $F_1 = F_2 = 20\text{N}$, partindo do repouso. Forneça ao modelador os valores das condições que o problema está exigindo, condições iniciais e implemente os valores das forças. A partir de então, forneça diferentes valores para as massas (em kg) e anote o que acontece, para os seguintes casos:

- a) Considerando que a massa de Magnata seja menor que a massa do Sonic, $m_{\text{Sonic}} > m_{\text{Magnata}}$, descreva o que acontece com a posição, velocidade e energia gasta por cada um depois de $t = 2\text{s}$. Se você pudesse apostar em algum vencedor, sabendo suas massas, em qual você apostaria? Justifique.

- b) Forneça os valores para massa (de 100 em 100 gramas) no modelador, verifique o valor da velocidade para cada massa em $t=2\text{s}$ e anote em uma tabela. Após montar a tabela, faça o gráfico da massa (eixo das ordenadas) com a velocidade (eixo das abscissas) no papel quadriculado, passado $t = 2\text{ s}$. Faça para, no mínimo, 10 pontos:

Pontos	Massa	Velocidade
1	m_1	V_1



- c) Faça o gráfico velocidade x tempo, para Sonic e Magnata, e justifique sua resposta usando a janela gráfica do modelador.

- d) (DESAFIO) Faça um gráfico espaço x tempo e compare com a trajetória dos corredores. Sempre justifique seus gráficos comparando com o modelador.

Atividade 2: Trabalho e Energia

- a) Usando a equação de Torricelli, considerando a aceleração igual a F/m , encontre a relação entre a massa e a velocidade, compare com o gráfico que você obteve na atividade 1. (OBS: esse gráfico é facilmente obtido mudando a variável para v e escrevendo a equação de Torricelli no modelador, lembre que isso é só gráfico, a animação não vai funcionar).

- b) Calcule o trabalho e relacione com a variação da energia cinética. Justifique com os valores do modelador.

Atividade 3: Questão geral sobre Corpos

Considere dois corpos empurrados, em uma superfície completamente lisa e horizontal, com a mesma força constante e considerando massas diferentes. Qual corpo é mais fácil de empurrar? Justifique fazendo uma modelagem.

Atividade 4: Aceleração Constante

- a) Na modelagem da corrida, suponha agora que a aceleração dos dois são iguais, $a_{\text{gato}} = a_{\text{sonic}}$, sabendo que, para o Gato, a segunda lei fica $F_{\text{gato}} = m_{\text{gato}} a_{\text{gato}}$; para o Sonic, a segunda lei fica $F_{\text{sonic}} = m_{\text{sonic}} a_{\text{sonic}}$. Para o caso em que a massa do Sonic é maior que a massa de Magnata, $m_{\text{Sonic}} > m_{\text{Magnata}}$, desta vez, em quem você apostaria? Justifique.

- b) Mude agora para o caso em que a massa do gato é maior que a massa do Sonic, $m_{\text{Magnata}} > m_{\text{Sonic}}$. Quem vai ganhar agora? Justifique.

- c) Então, depois desta experiência com as modelagens, responda: em uma corrida em que disputam uma tartaruga de massa $m_{\text{tart}} = 1\text{kg}$, um coelho de massa $m_{\text{coelho}} = 2\text{kg}$, sendo que tanto o coelho quanto a tartaruga conseguem manter uma aceleração de 10m/s^2 . Quem será o vencedor? E quem gasta mais energia?

d) Descreva o caso da modelagem da Figura 1.3.

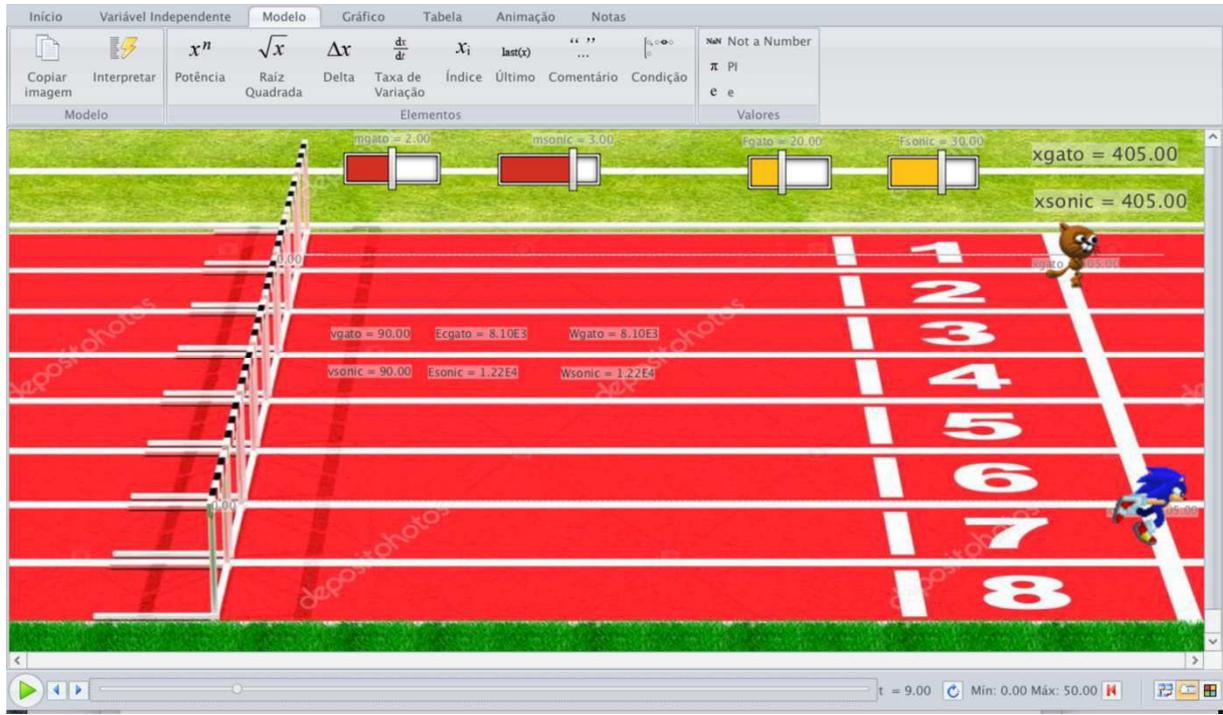


Figura 3: A modelagem considerando forças diferentes e massas diferentes.

Descreva a modelagem da Figura 3 usando o modelador. Compare com os resultados da situação e responda: você apostou certo ou não? Justifique sua resposta.

Modelagem 2: Queda Livre e Dinâmica

O objetivo desta modelagem foi relacionar o conceito de Força Newtoniana com a massa dos corpos que estão sujeitos à queda livre. Nas atividades relacionadas serão trabalhados: força, massa, aceleração, velocidade, energia cinética e potencial e o conceito de conservação de energia. Neste material, não se está separando cinemática de dinâmica.

Na modelagem da Figura 4, dois corpos caem da Torre, sem resistência do ar. Considere inicialmente as massas da maçã, feita de um material desconhecido, como sendo $m_{\text{maçã}} = 0,5 \text{ kg}$, e a bola de chumbo como sendo $m_{\text{bola}} = 10 \text{ kg}$.

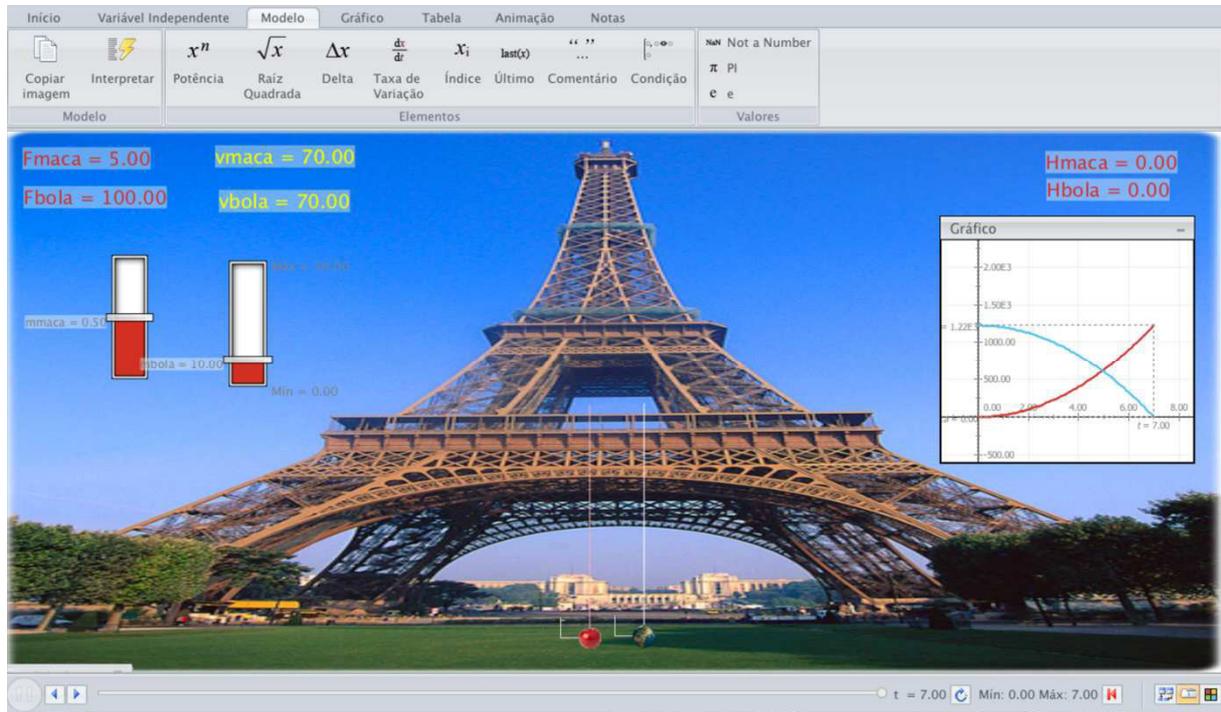


Figura 4. Situação final da modelagem de queda livre de dois corpos de massas diferentes

Atividade 1: A aceleração da gravidade

- a) Na modelagem da queda livre dos corpos, calcule a força que atua nos corpos maçã e bola de chumbo, sabendo que, para a maçã $F_{\text{maçã}} = m_{\text{maçã}} a_{\text{maçã}}$, e, para a bola de chumbo, a segunda lei fica $F_{\text{bola}} = m_{\text{bola}} a_{\text{bola}}$. Para o caso em que a massa da maçã é menor que a massa do chumbo, $m_{\text{bola}} > m_{\text{maçã}}$, monte o problema no caderno e resolva. Depois, compare com o modelador e responda: quem cai primeiro, a maçã ou a bola de chumbo? Justifique.

- b) O que é necessário, além da visualização, usando as teorias ensinadas em sala de aula, para saber se, entre dois corpos abandonados em dois pontos com a mesma

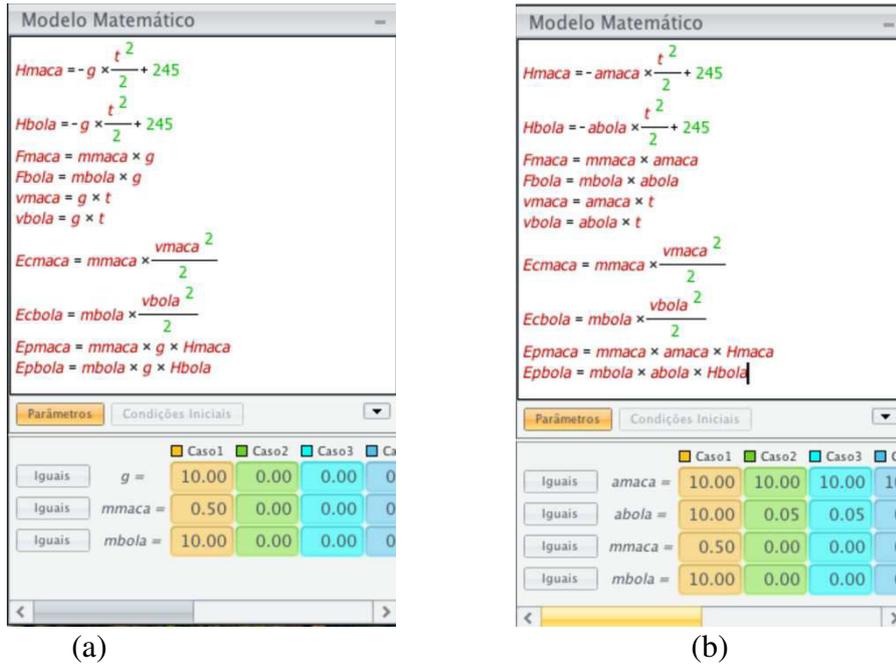
altura do solo, quem caiu primeiro? A massa? A força que atua nos objetos? As velocidades?

- c) Mude agora para o caso em que a massa da maçã seja maior que a massa da bola de chumbo, $m_{\text{maçã}} > m_{\text{chumbo}}$. Quem vai ganhar agora? Justifique.

- d) Compare com a modelagem 1.3. O que elas têm de semelhante?

- e) Sabendo o que acontece se tivéssemos na lua e fizéssemos o mesmo experimento, com a aceleração agora de $1,6 \text{ m/s}^2$, monte a mesma simulação no modelador e estude o movimento. Quem chega primeiro nesse caso? Justifique.

Sugestão ao Professor: a modelagem acima pode ser feita de duas formas, uma admitindo que a aceleração dos dois corpos é constante e igual logo de início, Figura 1.5a, e outra fazendo diferentes, para que o estudante coloque os seus valores, Figura 1.5b, confrontando com a atividade do problema horizontal, Figura 1.3.



(a)

(b)

Figura 5: a modelagem para o caso (a) com a aceleração da gravidade já explicitamente colocada na modelagem; (b) colocando todas as acelerações diferentes.

Atividade 2: Energia cinética, energia potencial, e conservação de energia

Com os dados iniciais e finais da modelagem 1.4, calcule:

a) A variação da energia cinética. Qual dos dois gasta mais energia cinética? Justifique com a modelagem.

b) A variação da energia potencial dos dois corpos. Qual dos dois gasta mais energia potencial? Justifique.

c) Analise o balanço de energia, mostrado no gráfico 2, e descreva o que acontece durante a modelagem.

-
-
-
- d) Com base em tudo que foi estudado com esta situação da modelagem 2, formalize o que você aprendeu, sobre a queda dos corpos.

Atividade 3: Outras questões

- a) Um homem sobre uma ponte deixa cair uma moeda. Se este homem resolve pular para recuperar a moeda, ele conseguiria pegá-la no ar? Justifique.

-
-
-
- b) Do alto de um prédio são soltas, ao mesmo tempo, uma bola de isopor e uma bola de chumbo com mesmas dimensões. Qual delas cairá primeiro? Justifique sua resposta.

-
-
-
- c) (UFMS - Adaptada) Um corpo em queda livre sujeita-se à aceleração gravitacional $g = 10 \text{ m/s}^2$. Ele passa por um ponto A com velocidade 10 m/s e por um ponto B com velocidade de 50 m/s . De quanto é a distância entre os pontos A e B?
-
-
-

Modelagem 3: Lançamento Oblíquo

O objetivo da modelagem 6 é mostrar para o aluno que, mesmo em um lançamento oblíquo, o movimento na componente y permanece caindo com a mesma velocidade e, ao mesmo tempo, queda livre. Tratando-se de um movimento bidimensional, aparece uma outra componente, a componente x. Para diferentes velocidades iniciais, apresentam-se diferentes alcances. Deste modo, neste tipo de movimento, apesar da velocidade em y permanecer a mesma em y, a resultante das velocidades é diferente, devido aos diferentes alcances.

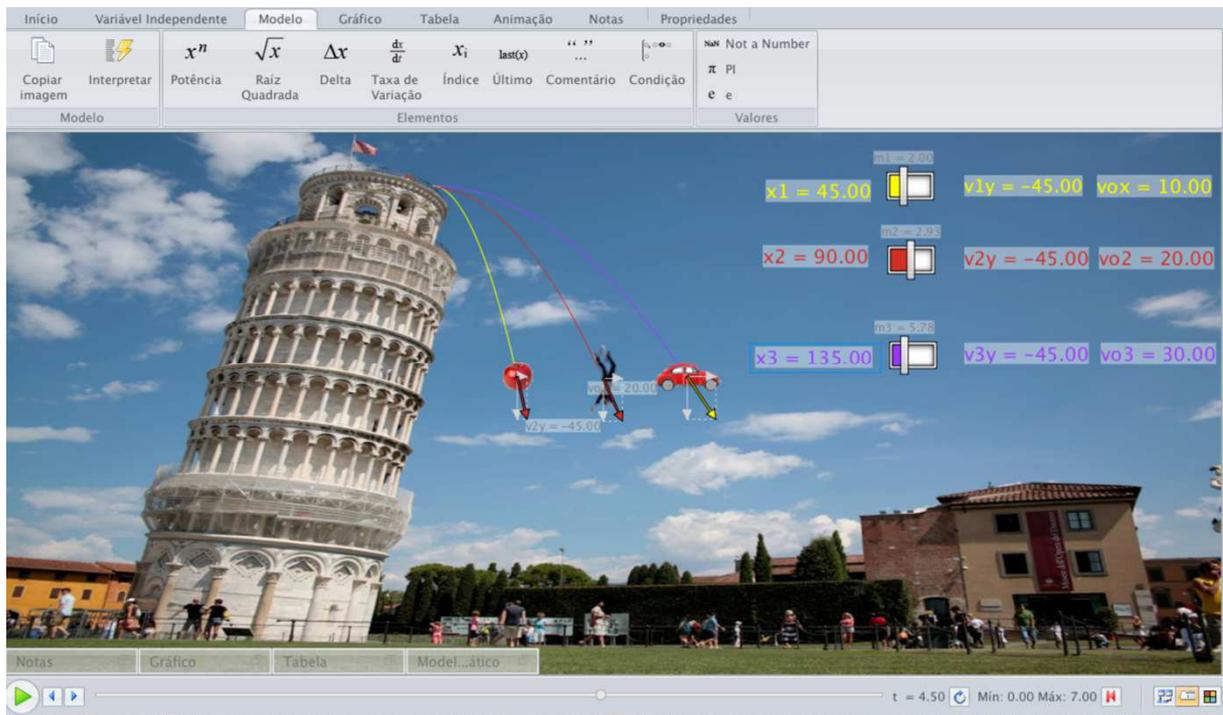


Figura 6: Lançamento Oblíquo

Atividade 1: Descreva a modelagem da Figura 1.5, respondendo as principais características do movimentos dos diferentes objetos, experimente a modelagem e faça o relatório, verificando o que acontece com as velocidades em x e y para cada um. Além disso, calcule o módulo dessas velocidades e explique a diferença destas.

Atividade 2: Você consegue perceber o porquê de, apesar de as massas serem diferentes, os corpos terem a mesma velocidade em y e caírem ao mesmo tempo? Por que isso acontece? Calcule a força que atua nos corpos.

Atividade 3: Do alto da Torre de Pisa, são soltos, ao mesmo tempo, uma maçã de isopor e um fusca de brinquedo de chumbo com mesmas dimensões. Qual deles cairá primeiro? Justifique sua resposta.

Atividade 4: Abra a janela Gráfico e analise os gráficos x vs t . Para todos os objetos em queda, faça o mesmo para y vs t . Depois faça uma análise do tipo de movimento. Qual a diferença entre função horária e trajetória?

Atividade 5:

Neste momento, os alunos poderão ser estimulados a criarem sua primeira modelagem. Esta modelagem aborda os temas Queda Livre e Lançamento Oblíquo. O aluno irá inserir os objetos na tela do programa, os termos matemáticos na tela adequada e interagirá livremente com a modelagem.

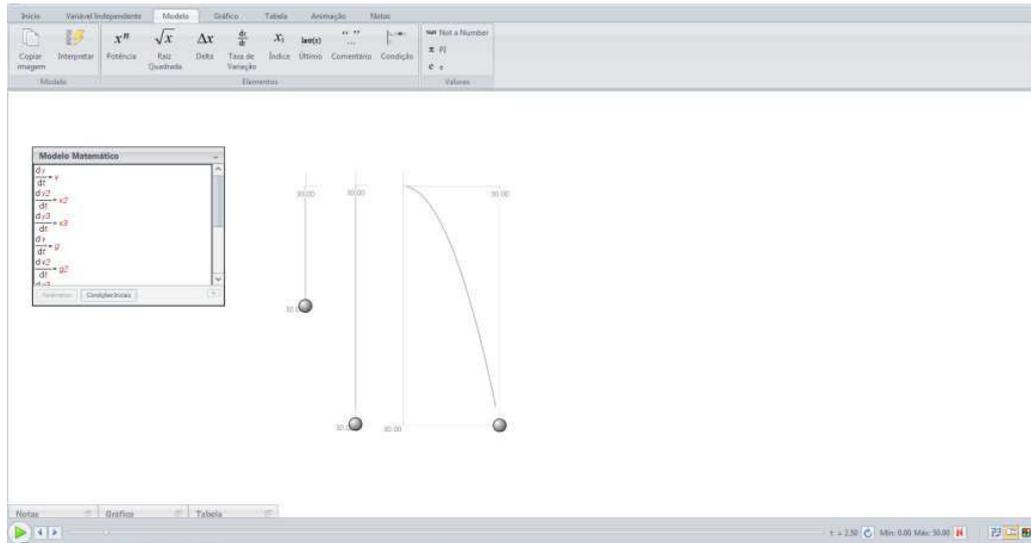


Figura 7: Modelagem criada pelos alunos

A base da modelagem é fornecida pelo professor, mas o aluno é livre para mudar parâmetros, inserir e remover fórmulas matemáticas. Na modelagem, há três esferas nas quais se pode alterar seus parâmetros de massa e aceleração gravitacional submetida.

Atividade 6: Outras questões

- a) (Cefet-MG) Uma bola de pingue-pongue rola sobre uma mesa com velocidade constante de $0,2\text{m/s}$. Após sair da mesa, cai, atingindo o chão a uma distância de $0,2\text{m}$ dos pés da mesa. Considerando $g=10\text{m/s}^2$ e a resistência do ar desprezível, determine:

(I) A altura da mesa;

(II) O tempo gasto pela bola para atingir o solo.

- b) (UFPE-PE) Um projétil é lançado obliquamente no ar, com velocidade inicial $v_0 = 20$ m/s, a partir do solo. No ponto mais alto de sua trajetória, verifica-se que ele tem velocidade igual à metade de sua velocidade inicial. Qual a altura máxima, em metros, atingida pelo projétil? (Despreze a resistência do ar e considere $g=10\text{m/s}^2$).

- c) (Unicamp-SP) Até os experimentos de Galileu Galilei, pensava-se que, quando um projétil era arremessado, o seu movimento devia-se ao impetus, o qual mantinha o projétil em linha reta e com velocidade constante. Quando o impetus acabasse, o projétil cairia verticalmente até atingir o chão. Galileu demonstrou que a noção de impetus era equivocada.

- d) Consideremos que um canhão dispara projéteis com uma velocidade inicial de 100 m/s, fazendo um ângulo de 30° com a horizontal. Dois artilheiros calcularam a trajetória de um projétil: um deles, Simplício, utilizou a noção de impetus; o outro, Salviati, as ideias de Galileu. Os dois artilheiros concordavam apenas em uma coisa: o alcance do projétil.

Considere $\sqrt{3} = 1,8$; $\text{sen } 30^\circ = 0,5$; $\text{cos } 30^\circ = 0,9$.

Despreze a resistência do ar.

I) Qual é o alcance do projétil?

II) Qual é a altura máxima alcançada pelo projétil, segundo os cálculos de Simplicio?

III) Qual é a altura máxima alcançada pelo projétil, calculada por Salviati?

PARTE II: Gravitação Universal

Muito antes de Newton, pensadores já tinham proposto que seria necessária a existência de um “poder atrativo” no Sol para garantir a órbita dos planetas. Esse poder deveria existir, em menor escala, também na Terra, para garantir a órbita da Lua, mas como seria isso?

Com base nas pesquisas de seus predecessores, Newton deu um grande salto conceitual no conhecimento da Física. Ele respondeu a essa questão propondo a ação de uma força atrativa agindo entre os corpos com massa, que foi denominada Força Gravitacional.

Essa força não existe apenas entre planetas, estrelas e satélites. A atração gravitacional ocorre em todos os corpos que têm massa. A intensidade da força gravitacional entre dois corpos depende, pelo menos de uma constante, do valor de suas massas e da distância entre eles. Ou seja:

$$F = \frac{GMm}{d^2}$$

Onde M é a massa de um corpo, m é a massa do outro corpo, d a distância entre os corpos, medida a partir de seus centros, e G é a constante universal gravitacional.

Newton, com sua teoria, forneceu uma explicação para um problema astronômico antigo. Com a força de atração gravitacional, foi possível consolidar de vez a teoria heliocêntrica de Copérnico.

Algumas características da força gravitacional:

Você não percebe, mas está sendo atraído por todos os objetos à sua volta, como mesas, cadeiras e paredes. Isso acontece porque, em geral, a força gravitacional é de pequena intensidade quando comparada às outras forças presentes em determinada situação. Em nosso cotidiano, a atração gravitacional da Terra é muito maior que qualquer força gravitacional de outra natureza, principalmente por ela ter uma grande massa (comparada às nossas) e estarmos sobre sua superfície.

A atração gravitacional atua sempre nos dois corpos, com mesma intensidade, mesma direção e sentido oposto, respeitando, assim, a lei de ação e reação.

Nada pode bloquear (blindar) a ação da gravidade.

A força gravitacional age também em distâncias muito grandes. Mesmo as estrelas mais distantes estão atraindo, mas, como a intensidade da força diminui com o quadrado da distância, esse valor se torna muito pequeno.

Modelagem 5: Velocidade Rasante de um satélite em torno do planeta Marte.

O objetivo desta modelagem é estudar a velocidade rasante. Para isso, exemplificou-se a modelagem com o cenário de Marte. O cálculo da velocidade de lançamento para que o satélite fique numa órbita rasante a Marte está exemplificado na modelagem da Figura 8

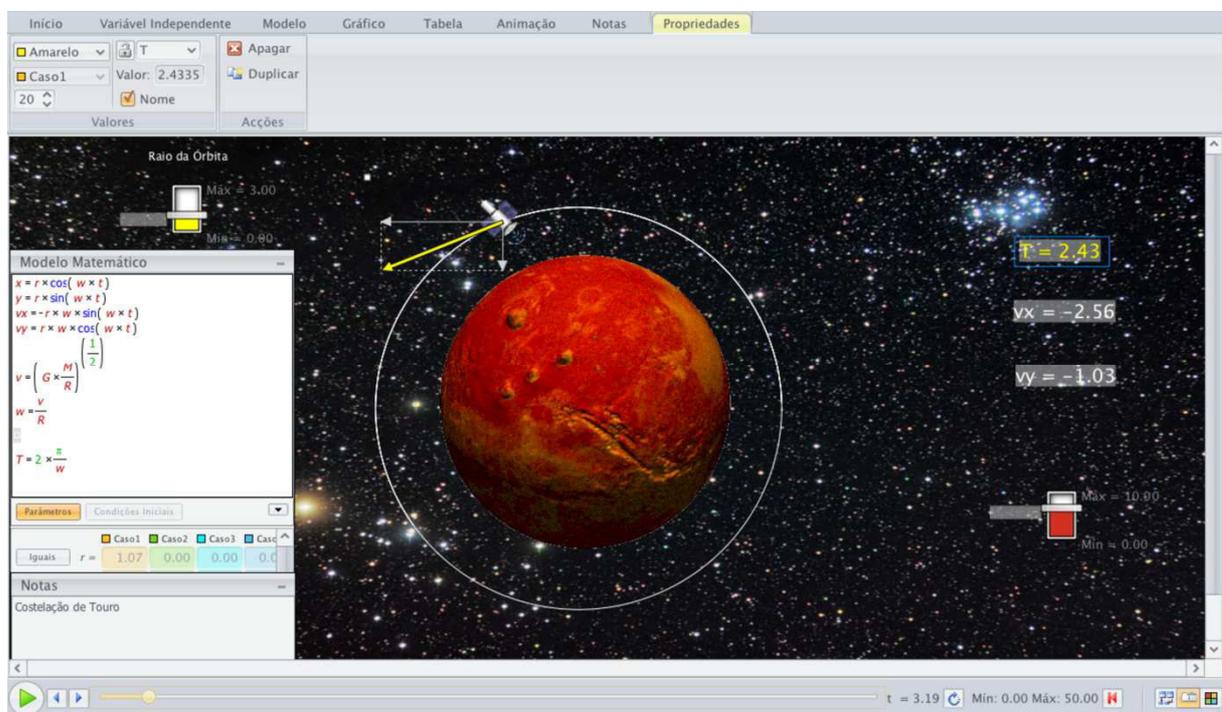


Figura 8: Modelagem a respeito da velocidade rasante de um satélite para ficar em órbita de Marte. (Imagem: Nasa)⁶

Atividade 1: Descreva a modelagem e trabalhe com os parâmetros dela. O que acontece quando aumentamos ou diminuimos a massa do planeta?

Atividade 2: Calcule a velocidade rasante para Marte sabendo que a massa do planeta é $M=6,46 \times 10^{23}$ kg, o Raio dele é de $R=3,37 \times 10^6$ m, e a constante da gravitação Universal é $G=6,67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 .

Atividade 3: Para implementar os dados na modelagem, faça $G=R=1$ e $M = 12,25$ kg. O que acontece quando diminuimos o raio de mercúrio?

Atividade 4: Na janela gráfico, estude o gráfico x vs t e y vs t ?

Atividade 5: Estude a energia cinética e potencial do sistema.

⁶ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Modelagem 6: Aula Experimental: função horária do movimento circular uniforme versus trajetória bidimensional.

Sugerem-se as modelagens a seguir para familiarização com a plataforma:

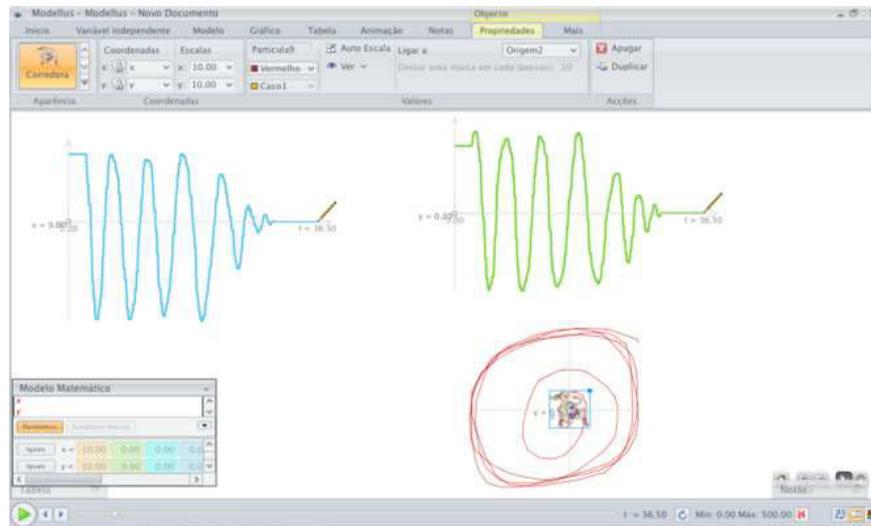


Figura 9: Atividade experimental

Atividade 1: Atividade experimental de modelagem

Modelagem matemática de um corredor guiado pelo mouse do computador, na janela animação. No programa, o *input* é o próprio movimento do estudante com o *mouse*, que controla o corredor. Apresentam-se também, nesta modelagem, os gráficos posição x em função do tempo e a posição y como função do tempo.

Na janela animação o estudante pode ter acesso à dinâmica das equações e pode também incluir elementos externos, como fotos e esquemas, além do fundo, possibilitando a construção do que se chama de ambiente virtual. As equações também podem ser escritas neste ambiente virtual, incluindo a elaboração de gráficos.

Atividade 1: Analise a diferença entre trajetória e função espaço vs tempo, utilizando a prática da Figura 2.2. Descreva o fenômeno.

Modelagem 7: Movimento circular versus amortecimento.

Uma outra modelagem que complementa a anterior e possibilita a introdução das funções seno, cosseno e exponencial é repetir essa atividade agora usando uma modelagem mais elaborada, introduzindo na janela modelo as funções seno, cosseno e exponencial. Os estudantes podem experimentar, por eles mesmos, o comportamento de tais funções, usando as ferramentas do modelador.

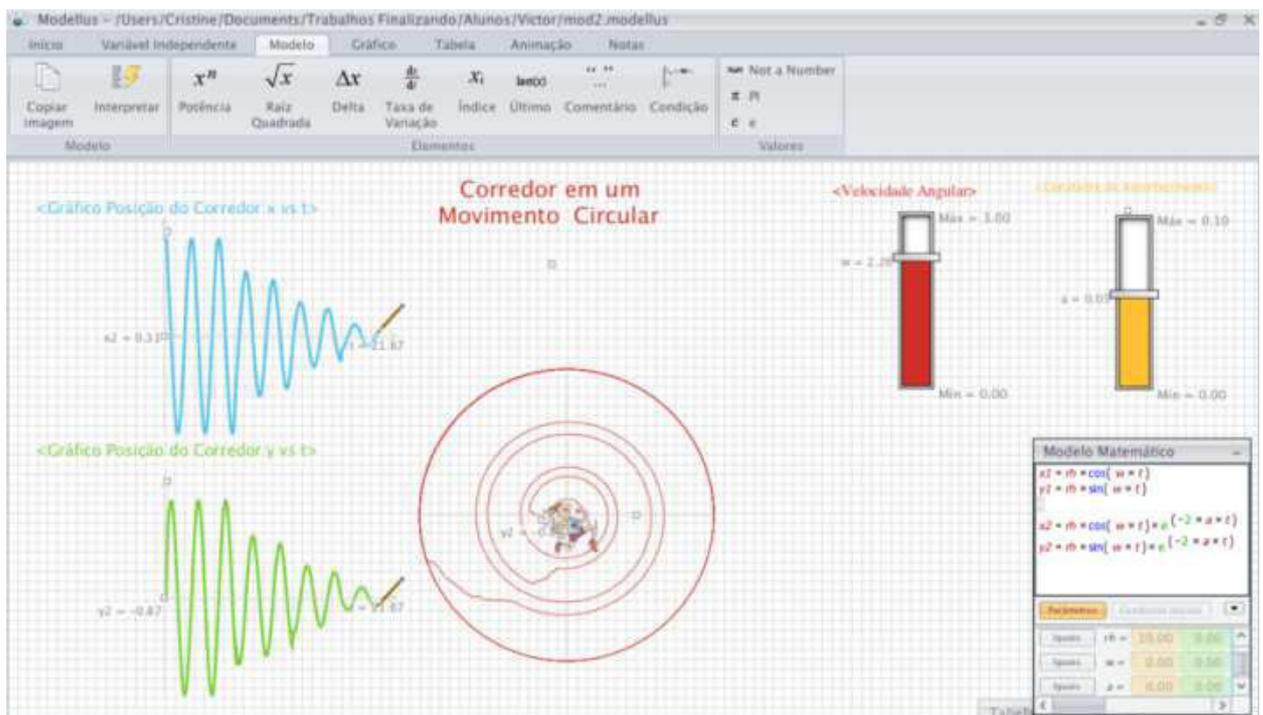


Figura 10: Modelo amortecido

Nesta modelagem o corredor que respeita as equações digitadas na janela modelo apresenta, além dos recursos da anterior, duas barras em que se pode variar a velocidade angular e o parâmetro de amortecimento.

Além da familiarização com o *Modellus*, o objetivo dessas duas modelagens é introduzir as capacidades básicas para entender o movimento circular uniforme e o movimento circular amortecido, sem deixar de lado as dificuldades que os alunos apresentam na interpretação de gráficos. A importância desses conceitos na Física de Buracos Negros é o estudo das órbitas e limites de estabilidade.

Modelagem 8: Atividade experimental de centro de massa

Na modelagem a seguir, os alunos podem interagir com dois corpos celestes orbitando o centro de massa.

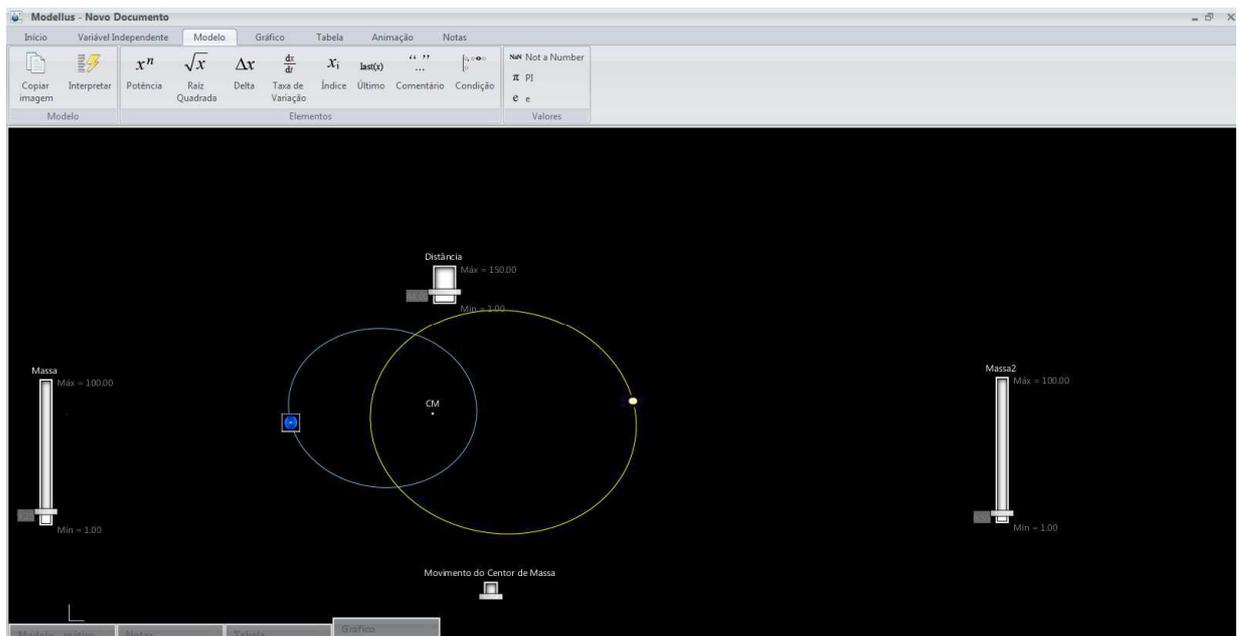


Figura 11: Prática de centro de massa.

Nesta modelagem, o aluno pode alterar parâmetros, como massa do corpo celeste e distância entre os corpos, e observar o efeito nas órbitas.

Atividade 1: declare, com a ferramenta do modelador, as constantes massa e raio, descreva o que acontece quando se aumenta a massa de um dos planetas com as barrinhas. Faça um gráfico massa vs diâmetro e descreva o que está acontecendo na modelagem ao mudar as massas.

Modelagem 9: Aproximação órbita circular Lua versus Terra com o uso da Gravitação Universal

Na próxima modelagem, tem-se um conjunto de atividades envolvendo a órbita da lua em torno da Terra.

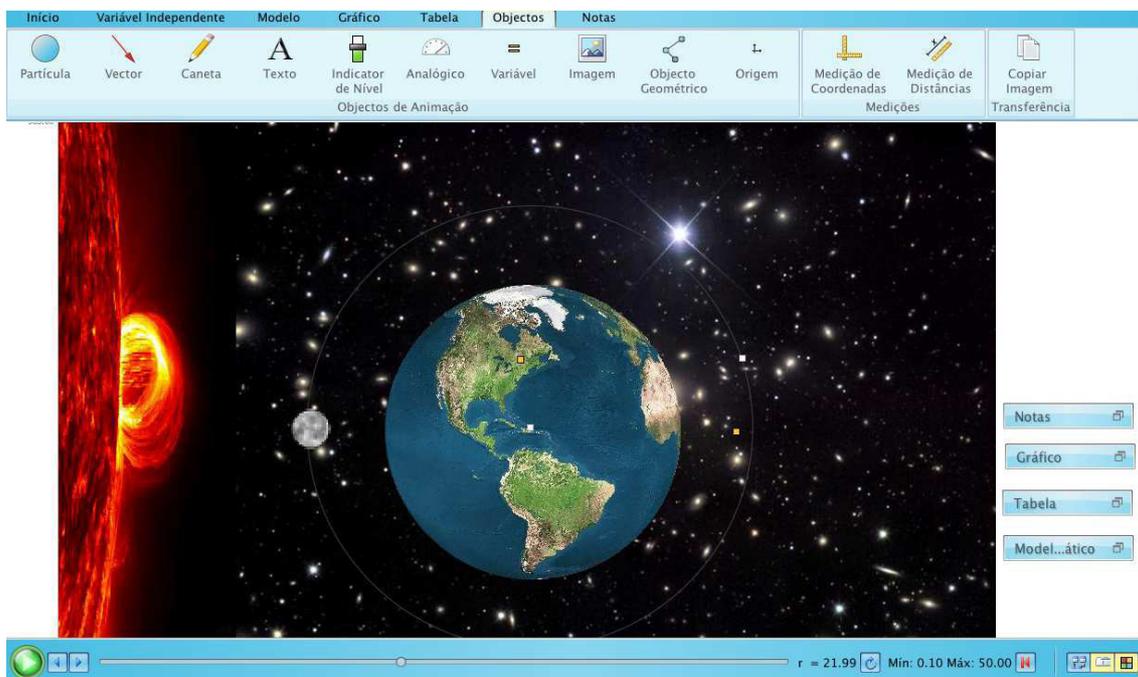


Figura 12. Modelagem Lua Terra (Imagem: Nasa)⁷

Atividade 1: Descreva a modelagem e cria as barras das constantes do sistema.

⁷ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 2: Com que intensidade o Sol atrai a Terra e vice-versa?

Atividade 3: Em um cesto, foram depositadas duas maçãs com 50g e 5 cm de raio cada, e suas superfícies estão separadas 10cm. Encontre a força de atração gravitacional entre as duas maçãs.

Atividade 4: (UFB) Suponha que exista um planeta cuja massa seja 4 vezes maior que a massa da Terra e cujo raio seja 4 vezes menor que o raio da Terra. Calcule a relação entre a velocidade de escape no Planeta e a velocidade de escape na Terra.

Atividade 5: Calcule a força de atração gravitacional entre o Sol e a Terra. Dados: massa do Sol = 2.1030 kg , massa da Terra = 6.1024 kg , distância entre o centro do Sol e o centro da Terra = $1,5.1011 \text{ m}$ e $G = 6,7. 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$

PARTE III: As Leis de Kepler

Os trabalhos de Galileu Galilei (1564-1642) e Johannes Kepler (1571-1630) permitiram que a disputa entre aristotélicos e copernicanos empatasse, mas havia questões a esclarecer:

- O que faz os planetas ficarem em torno do Sol?;
- Por que a Lua gira em torno da Terra e não em torno do Sol?;
- Por que as luas de Júpiter giram em torno dele?;
- Por que os corpos na superfície da Terra caem em direção ao centro do planeta?

Solucionar essas questões era, em parte, completar a revolução da maneira de conceber o Universo iniciada por Copérnico e continuada por Galileu e Kepler. Pode-se dizer que os trabalhos deles foram mais descritivos e que faltava ainda uma explicação sobre a natureza e a causa das características do Universo.

Foi Isaac Newton (1643-1727) quem encontrou a resposta para essas perguntas. Com a teoria da Gravitação Universal, ele forneceu os últimos argumentos que faltavam para a consolidação do sistema heliocêntrico, iniciado havia muito tempo por outros cientistas, mas, por hora, busca-se entender melhor as leis que descrevem o movimento planetário determinadas por Kepler.

Em seu trabalho com os dados astronômicos das posições dos planetas, particularmente do planeta Marte, Kepler percebeu que havia três características importantes que descreviam os movimentos dos planetas ao redor do Sol. Essas características foram posteriormente definidas como três leis que levam seu nome.

Adaptado de: Pietrocola (2013)

Primeira Lei de Kepler ou Lei das Órbitas:

Primeira Lei de Kepler
Todos os planetas se movem em órbitas elípticas com o Sol em um dos focos.

A lei de Kepler diz que o movimento dos planetas segue uma órbita elíptica, e não circular, como muitas vezes é dado nas escolas, deixando os alunos sem entender muitos dos fenômenos que ocorrem na natureza, como, por exemplo, a Super-lua, que acontece quando a lua está em uma órbita mais próxima da Terra.

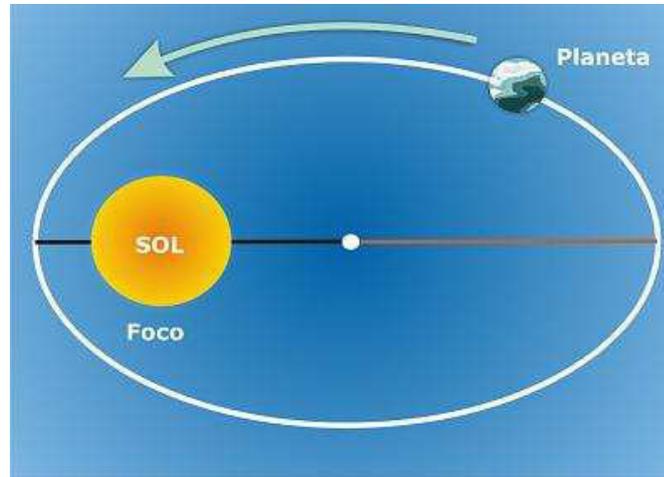
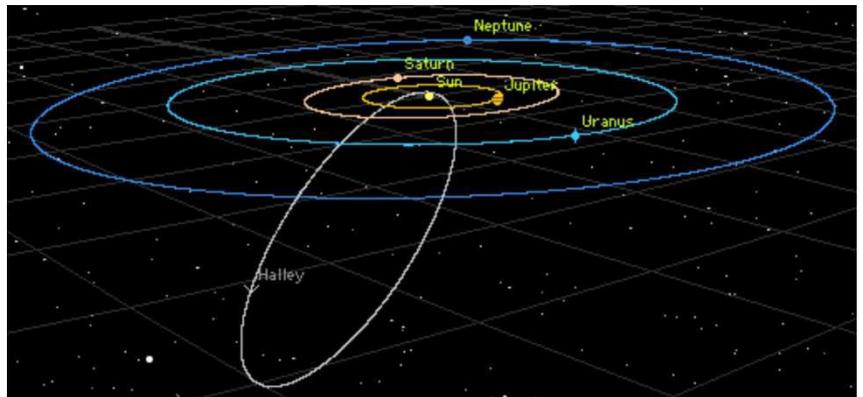


Figura: 13 Trajetória elíptica de um planeta ao redor do Sol, lembrando que a imagem está fora de escala, e a forma elíptica está exagerada para melhor visualização.

Em geral, somente cometas possuem órbitas com grande excentricidade, diferentes extensões e períodos de translação. Por exemplo, o cometa Hencke tem período de 3,3 anos, e sua órbita se estende ao limite da órbita de Júpiter. Já o cometa Halley tem período de cerca de 76 anos, e sua órbita se estende ao limite da órbita de Netuno.



Segunda Lei de Kepler ou Lei das Áreas:

Segunda Lei de Kepler

A reta que liga um planeta ao Sol, que está em um dos polos de uma elipse, varre áreas iguais no plano da órbita do planeta em intervalos iguais, ou seja, a taxa de variação

da área A com o tempo e constante.

$$\frac{A}{\Delta t} = k$$

Note que, na ilustração, as áreas indicadas têm o mesmo tamanho, e o tempo para percorrê-las é o mesmo. Essa lei de Kepler indica que a velocidade do planeta muda ao longo de sua órbita. Pode-se chegar a essa conclusão analisando os arcos da elipse descritos pelo astro, pois o planeta percorre distâncias diferentes em intervalos de tempo iguais. Ou seja, o movimento não é uniforme, a velocidade muda a cada instante. No periélio, posição da órbita mais próxima do Sol, o planeta se desloca mais rapidamente, no afélio, ponto da órbita mais distante do Sol, sua velocidade diminui.

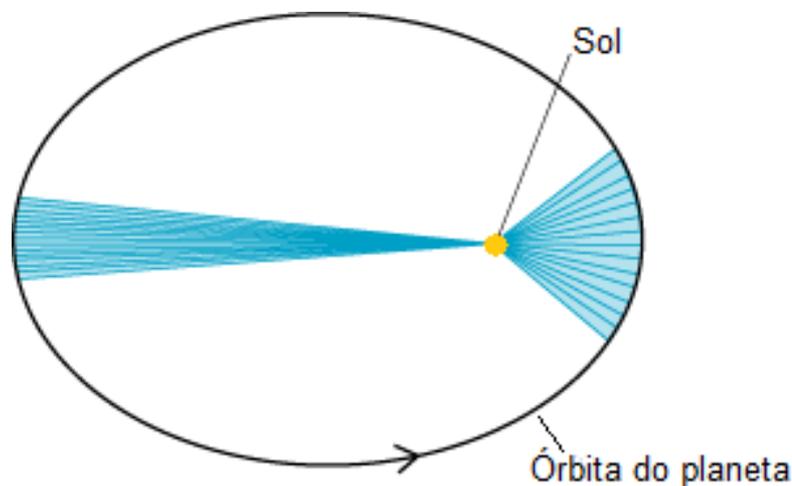


Figura 14: Trajetória elíptica de um planeta ao redor do Sol. As duas áreas em azul são iguais e são percorridas no mesmo intervalo de tempo.

Terceira Lei de Kepler ou Lei dos Períodos:

Terceira Lei de Kepler

A razão entre o quadrado do período de translação do planeta e o cubo da sua distância média ao Sol é constante para todos os planetas.

$$\frac{T^2}{r^3} = k$$

Quanto mais distante um planeta estiver do Sol, maior será seu período de revolução, e menor será sua velocidade orbital. Quanto mais perto do Sol o planeta estiver, menor será seu período de revolução, e maior será sua velocidade orbital, o que também se pode concluir na segunda lei.

Diferente das outras leis que falam de órbitas específicas, a terceira lei de Kepler serve para qualquer planeta, lembrando que, apesar de essas leis serem feitas com dados dos planetas do sistema solar, elas possuem caráter universal, servindo para outros sistemas dinâmicos regidos pela força gravitacional.

Modelagem 10: Leis de Kepler e a órbita elíptica.

Para observar o comportamento orbital pelas Leis de Kepler, sugerimos a modelagem a seguir:

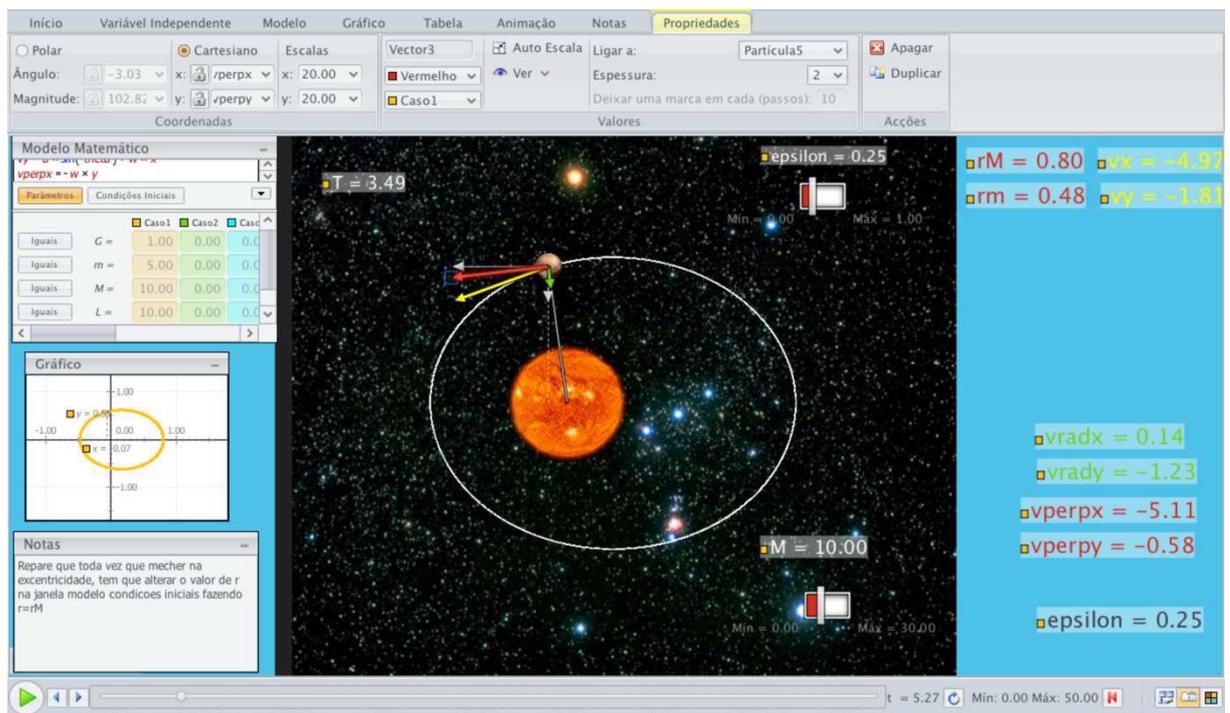


Figura 15: Orbitas elípticas de Plutão em torno do Sol (Imagem: Nasa)⁸

⁸ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Nesta modelagem, o aluno pode alterar a massa e a excentricidade da elipse, observando as alterações na órbita como velocidade no periélio, velocidade no afélio, período etc.

Atividade 1: Descreva o significado das velocidades representadas na modelagem.

Atividade 2: O que acontece quando aumentamos a massa da estrela? Como na figura

Atividade 3: Descreva a modelagem. O que acontece quando se diminui a massa?

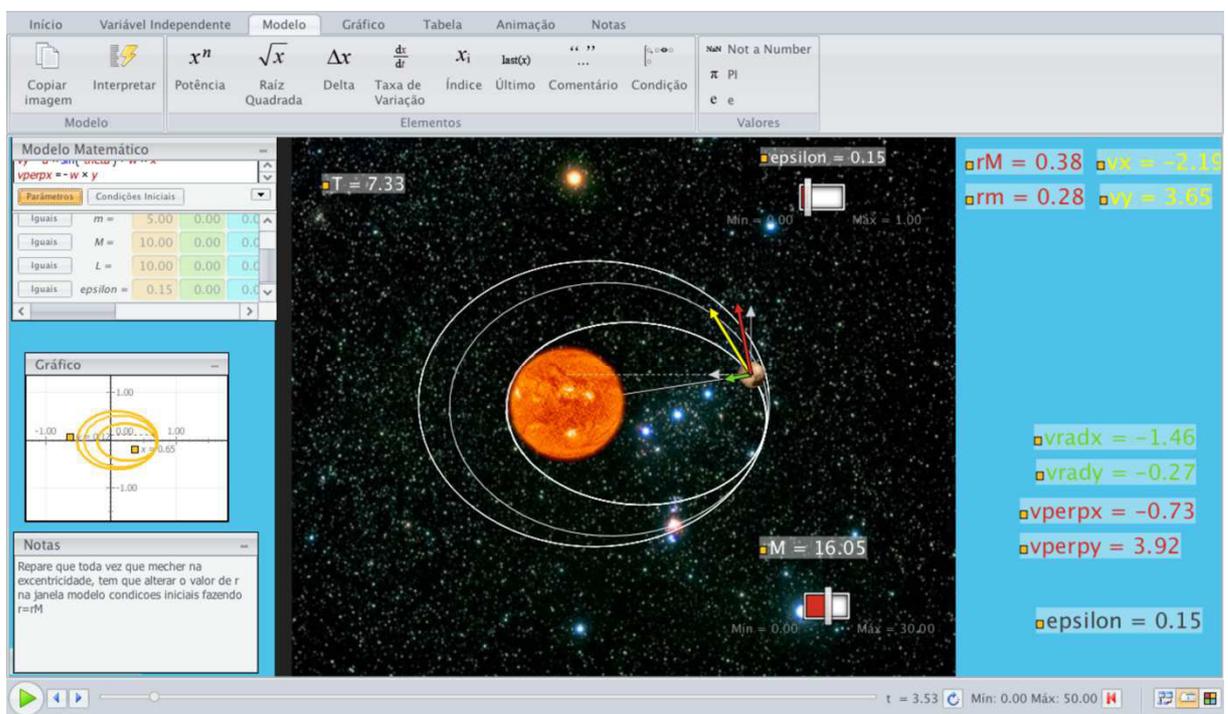


Figura 16: órbitas em função do aumento da massa. (Imagem: Nasa)⁹

⁹ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html> visualizado>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 4: outras questões

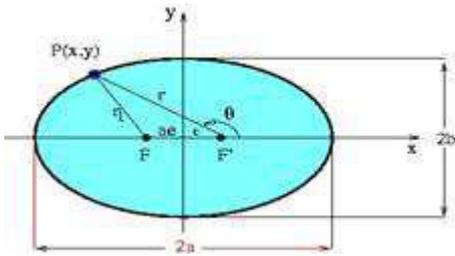
1- Marte está uma vez e meia mais longe do Sol do que a Terra. Com base nas Leis de Kepler, quanto tempo, em anos terrestres, Marte leva para dar uma volta em torno do Sol?

2- (UNIFESP-SP) A Massa da Terra é aproximadamente 80 vezes a massa da Lua e a distância entre os centros de massa desses astros é aproximadamente 60 vezes o raio da Terra. A respeito do sistema Terra-Lua pode-se afirmar que:

- a) a Lua gira em torno da Terra com órbita elíptica e em um dos focos dessa órbita está o centro de massa da Terra.
- b) a Lua gira em torno da Terra com órbita circular e o centro de massa da Terra está no centro dessa órbita.
- c) a Terra e a Lua giram em torno de um ponto comum, o centro de massa do sistema Terra-Lua, localizado no interior da Terra.
- d) a Terra e a Lua giram em torno de um ponto comum, o centro de massa do sistema Terra-Lua, localizado no meio da distância entre os centros de massa da Terra e da Lua.
- e) a Terra e a Lua giram em torno de um ponto comum, o centro de massa do sistema Terra-Lua, localizado no interior da Lua.

3. (Enem) As leis de Kepler definem o movimento da Terra em torno do Sol. Qual é, aproximadamente, o tempo gasto, em meses, pela Terra para percorrer uma área igual a um quarto da área total da elipse?

4. (Mackenzie-SP) De acordo com uma das Leis de Kepler, cada planeta completa (varre) áreas iguais em tempos iguais em torno do Sol.



Como as órbitas são elípticas e o Sol ocupa um dos focos, conclui-se que:

- I- Quando o planeta está mais próximo do Sol, sua velocidade aumenta
- II- Quando o planeta está mais distante do Sol, sua velocidade aumenta
- III- A velocidade do planeta em sua órbita elíptica independe de sua posição relativa ao Sol.

Responda de acordo com o código a seguir:

- a) somente I é correta
- b) somente II é correta
- c) somente II e III são corretas
- d) todas são corretas
- e) nenhuma é correta

5- (Uem) Sobre as Leis de Kepler e a Lei da Gravitação Universal, assinale o que for correto.

- I) A Terra exerce uma força de atração sobre a Lua.
- II) Existe sempre um par de forças de ação e reação entre dois corpos materiais quaisquer.
- III) O período de tempo que um planeta leva para dar uma volta completa em torno do Sol é inversamente proporcional à distância do planeta até o Sol.
- IV) O segmento de reta traçado de um planeta ao Sol varrerá áreas iguais, em tempos iguais, durante a revolução do planeta em torno do Sol.
- V) As órbitas dos planetas em torno do Sol são elípticas, e o Sol ocupa um dos focos da elipse correspondente à órbita de cada planeta.

PARTE IV: A Relatividade Geral e o Buraco Negro

Nesta seção, foram tratadas as modelagens envolvendo a Relatividade Geral e a Física de Buracos Negros (CARMELI, 2001). Primeiramente foram abordados alguns aspectos da Relatividade Geral necessários para introduzir a Física de Buracos Negros (SAGAN, 1982).

O Primeiro assunto que deve ser tratado é o estudo das geodésicas. O primeiro problema da história da ciência em que se necessitou da Relatividade Geral foi a órbita dos planetas. Nem Kepler nem Newton conseguiram explicar com suas teorias esse problema. O planeta que tinha mais erros na medição da órbita, segundo Kepler, foi o planeta Mercúrio. Nem mesmo com a teoria de Newton se conseguiu precisão neste cálculo. Na modelagem 11, é mostrada a órbita do periélio de um planeta em torno de uma estrela. Na Tabela 1, tem-se uma tabela dos planetas e o período, calculado por Einstein (HAWKING, 2005).

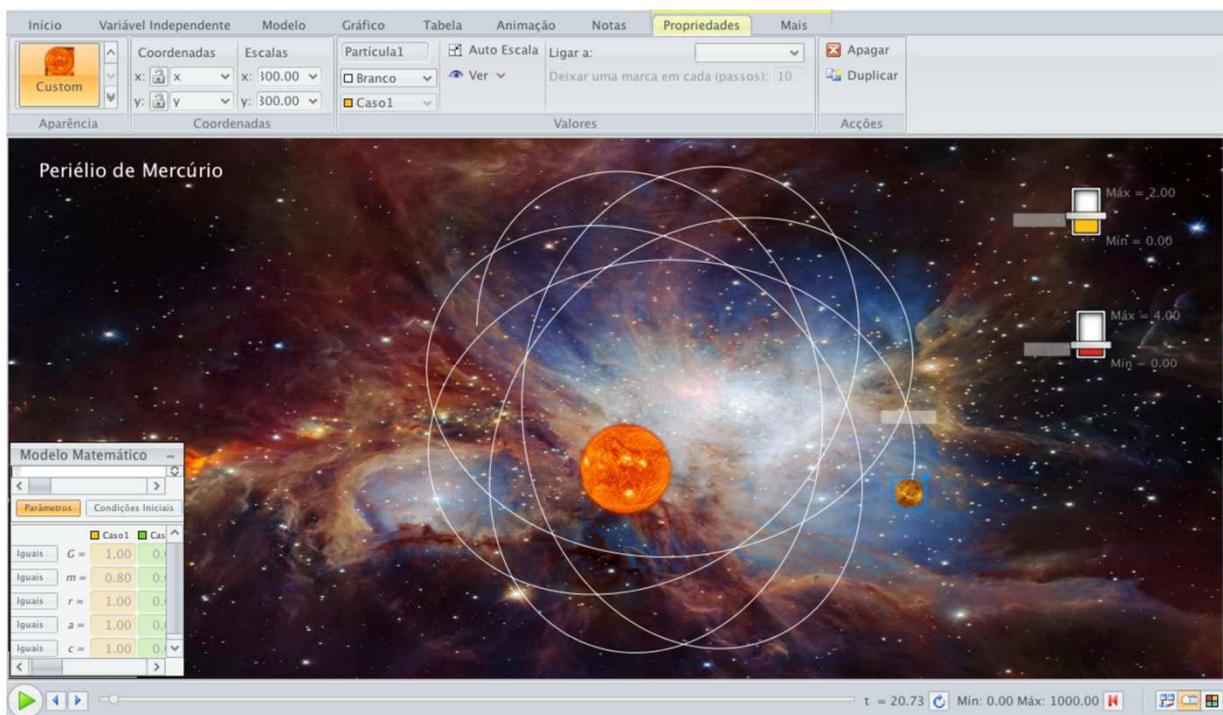


Figura 4.1. Modelagem do Periélio de um planeta em torno de um corpo massivo. (Imagem: Nasa)¹⁰

¹⁰ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 1: Estudo das Geodésicas

Varie a massa da estrela na barra e descreva o que acontece com as geodésicas.

Atividade 2: Descreva a diferença entre órbita e geodésica. Comente quando podemos tratar o movimento dos planetas através das orbitas de Kepler e quando temos que tratar usando as geodésicas.

Atividade 3: Calcule o desvio angular da órbita do deslocamento para o periélio de Mercúrio e dado por:

$$\varepsilon = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)^2}$$

onde “a” é o semi-eixo maior da elipse que, no caso do periélio de Mercúrio, é $a = 5,791 \times 10^{10}$ m, T é o tempo de revolução, $T = 7,60 \times 10^6$ s, c é a velocidade da luz, $c = 2,9979792458 \times 10^8$ m/s e “e” é a excentricidade, $e = 0,2056$.

Atividade 4: Com os dados da modelagem, sabendo que a estrela está localizada a um terço do diâmetro do círculo formado com todas as geodésicas, que você identifica depois de deixar rodar a modelagem por algum tempo, como mostra a figura

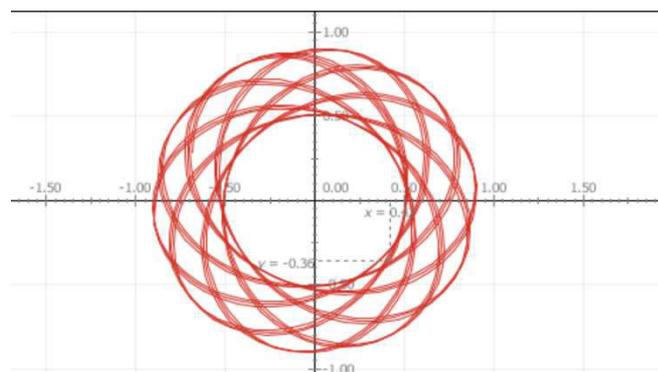


Figura 4.2: Geodésicas apresentada na janela gráfico

O período de revolução você também identifica na modelagem mexendo como cursor de *play* até o ponto onde voltaria a se repetir. Calcule o desvio da órbita.

Modelagem 9: Espaço curvo

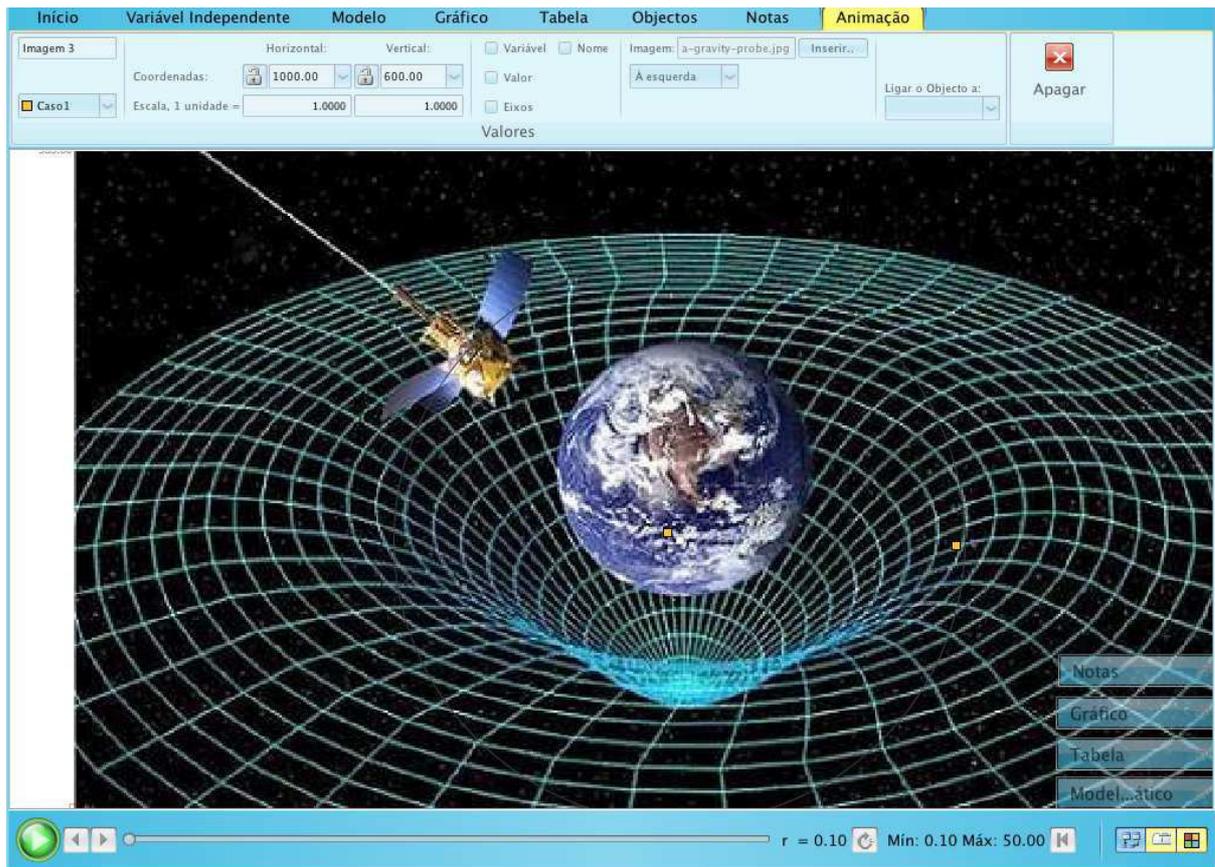


Figura 17: O Espaço curvo: curvatura feita pela presença da Terra no tecido do espaço-tempo.(Imagem: Nasa)¹¹

Atividade 1: No espaço curvo da modelagem, explique o que acontece com o satélite quando a massa da Terra aumenta. Introduza as barras com o rótulo da massa da Terra (M), para fazer a tarefa. Depois, compare esse resultado com o da modelagem 2.5. O que mudou da concepção newtoniana para a Einsteiniana? Discuta o limite de validade da teoria.

¹¹ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 2 (Luz): Tanto a Teoria da Relatividade Especial quanto a Teoria da Relatividade Geral se utilizam do conceito de espaço-tempo. Nessas duas teorias, o tempo é visto com uma dimensão extra, além das três espaciais já conhecidas. O que, então, diferencia as duas teorias na maneira de conceber o espaço-tempo?

Atividade 2. Critique a seguinte afirmação: “A Teoria Geral da Relatividade só se aplica a objetos extremamente densos, como estrelas de neutros, que serão trabalhadas neste material, ou buracos negros, não valendo para massas como a da Terra, que obedece à Lei da Gravitação de Newton”.

Atividade 3: O GPS é uma tecnologia relativamente recente quando comparada historicamente ao surgimento dos meios de transporte, tais como o carro, o avião e o navio. Ainda assim, mesmo quando não havia GPS, os usuários desses meios de transporte conseguiam (e conseguem mesmo hoje em dia) traçar rotas e chegar aos seus destinos, utilizando distintas formas de orientação. Faça uma pesquisa sobre essas formas de orientação para viagens de longa distância e as compare com o GPS.

Atividade 4: Explique, com o uso das noções de espaço curvo, o que é uma lente gravitacional.

Modelagem 10: A Morte Estelar do Sol

Antes de se abordarem as modelagens, foi primeiramente exibido o vídeo “A Via-Láctea - Nascimento e Morte das Estrelas” (SILVA, 2017). A partir do vídeo e das aulas expositivas com o uso do *PowerPoint*, passou-se para as modelagens e as atividades.

O objetivo dessas modelagens é estudar o ciclo de vida do Sol. Na modelagem, além das informações sobre o Sol e o que ele vai virar, podemos ainda aumentar e diminuir a massa dele e estudar o seu comportamento.

Atividade 1: Descreva a modelagem com base no vídeo *A morte das estrelas*:

The screenshot shows a PowerPoint slide titled "Ciclo de vida do Sol" (Life Cycle of the Sun). The slide is divided into several sections:

- Top Left:** A timeline of the Sun's life cycle from 1 to 14 billion years. It shows stages: "Agora" (Now), "Apacimento gradual" (Gradual dimming), "Gigante vermelho" (Red Giant), "nebulosa planetária" (planetary nebula), and "estrela branca" (white star).
- Top Right:** "Características Gigante Vermelha" (Characteristics of Red Giant). It includes a diagram of a red giant star with labels: "Fusão do hidrogênio na camada que envolve o núcleo" (Hydrogen fusion in the layer surrounding the core), "Fusão do hélio" (Helium fusion), "Coração da estrela" (Star core), "Fotosfera" (Photosphere), and "Camada exterior expandida" (Expanded outer layer). Text below the diagram: "• Coração: H → C e O", "• Camada em volta do núcleo: H → He", "• Camada exterior expandida de cor avermelhada. Não há reações nucleares."
- Center:** A large image of a red giant star.
- Bottom Left:** "A estrela Sol" (The Sun). It includes a diagram of the Sun's internal structure and a table of surface composition:

Composição Superficial	
H	= 73,6%
He	= 24,9%
Outros	= 02,5%
- Bottom Right:** "Características da Anã Branca" (Characteristics of White Dwarf). It includes a diagram of a white dwarf star and text: "Densidade = densidade do Sol x E4" and "Raio = Raio do Sol x E-2".
- Bottom Center:** A large image of a white dwarf star.

Figura 18: Morte do Sol (Imagem: Nasa)¹²

¹² Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 2: Explique o que é uma anã branca e um anã marron.

Atividade 3: Descreva a modelagem da Figura 4.5.

Atividade 4: Qual o processo químico que acontece nas estrelas que dá origem às gigantes vermelhas (Figura 4.5)? Pesquise e descreva. Todas as estrelas passam por gigantes vermelhas como um processo intermediário para chegar ao resultado final?

The image shows a presentation slide with the following content:

- Ciclo de vida do Sol:** A timeline from 1 to 14 billion years. It shows the Sun's evolution from a protostar to a main sequence star, then to a red giant, and finally to a white dwarf. Key stages include 'Agora' (now), 'Aquecimento gradual', 'Gigante vermelha', 'nebulosa planetária', and 'anã branca...'. A note says 'O tamanho não está em escala'.
- Características do Sol:**
 - Densidade Média = $1,408 \text{ E3 kg/V}$
 - Raio = $6,963 \text{ E8 m}$
- A estrela Sol:** A diagram of the Sun's internal structure showing the core, radiative zone, convective zone, and photosphere. It lists the temperature as $5,779 \text{ K}$ and the surface composition: H = 73,0%, He = 24,9%, and Outros = 02,9%. It also identifies energy transport mechanisms: Condução (red), Radiação (blue), and Convecção (orange).
- Características Gigante Vermelha:**
 - Fase da estrela gigante vermelha:** A diagram showing the core where hydrogen is fused into helium ($\text{H} \rightarrow \text{He}$), the helium core where helium is fused into carbon and oxygen ($\text{He} \rightarrow \text{C}$, $\text{C} \rightarrow \text{O}$), and the expanded outer layers.
 - Coração: $\text{He} \rightarrow \text{C e O}$
 - Camada em volta do núcleo: $\text{H} \rightarrow \text{He}$
 - Camada exterior expandida de cor avermelhada. Não há reações nucleares.
- Características da Anã Branca:**
 - Densidade = densidade do Sol $\times \text{E4}$
 - Raio = Raio do Sol $\times \text{E-2}$

Figura 19: Fase gigante vermelha. (Imagem: Nasa)¹³

¹³ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 5: Descreva a modelagem:

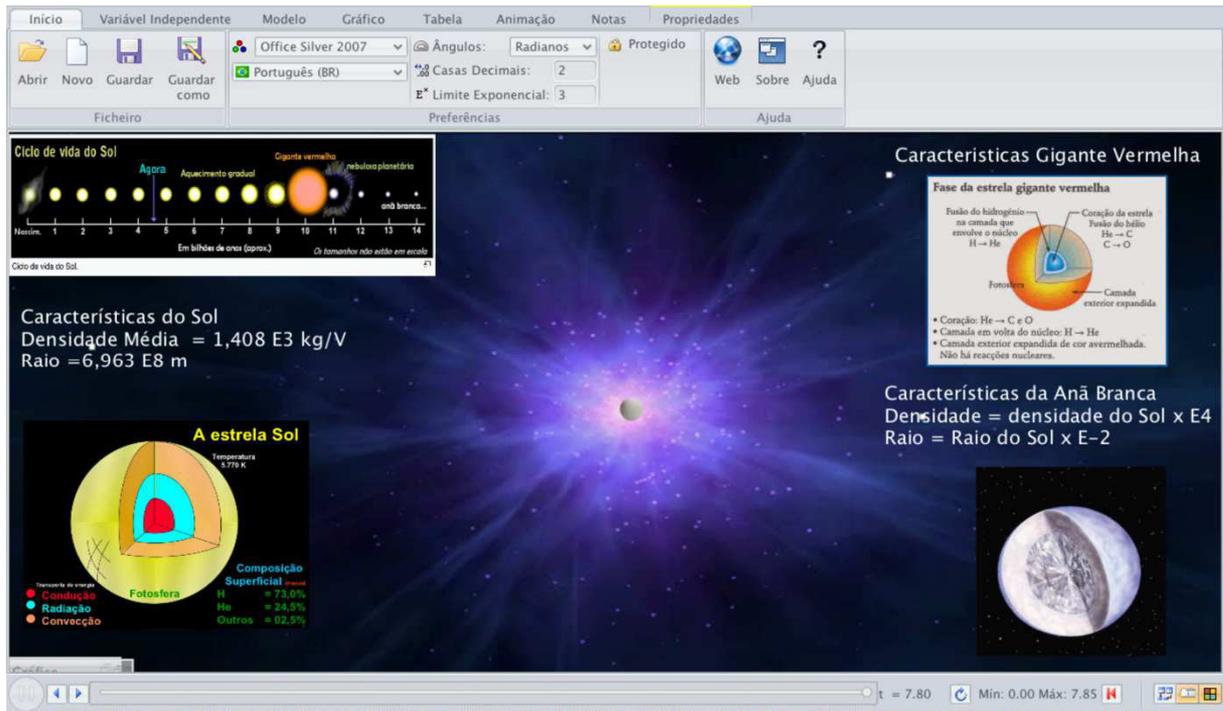


Figura 20: Fase da evolução para a anã branca. (Imagem: Nasa)¹⁴

Atividade 6: O limite de Chandrasekhar (1935) representa a massa máxima possível para uma estrela do tipo anã branca ser suportada pela pressão de degenerescência dos elétrons. Lembra-se das aulas de química? Que é uma pressão eletrônica em consequência do princípio da exclusão de Pauli, que vocês viram na Química, ou seja, dois elétrons não podem ocupar o mesmo estado quântico ao mesmo tempo, ou seja, se um está com o spin para cima, o outro tem o spin para baixo. Durante a morte estelar, no caso de massas até 1,44, a pressão de

¹⁴ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

radiação é capaz de equilibrar a força gravitacional e parar o esmagamento provocado pela mesma no caso de uma anã branca. Estude o processo de exclusão de Pauli, que você aprendeu na química. Calcule a força nuclear, sabendo que é igual a força gravitacional. Use os dados da modelagem, na Figura 4.6.

Modelagem 11: Morte estelar e a origem dos buracos negros

O objetivo destas modelagens foi introduzir as explicações para a origem do buraco negro, através da morte estelar. Quando a estrela supera o limite de Chandrasekha, nem a força, devido à impossibilidade de compressão do elétrons, é suficiente para equilibrar a força gravitacional, e a estrela continua se comprimindo (CHANDRASEKHAR,1935). Nestas situações, aparecem duas possibilidades, todas as duas passando por uma explosão que resulta em uma supernova. Em uma das sequências de morte, a estrela viraria uma estrela de nêutrons. E a outra teoria é de que nada pode para a gravitação, e a estrela se comprimiria até que nem a luz fosse capaz de escapar. Desta forma, você não veria mais essa estrela, e então ela aparentemente ficaria invisível.

Atividade 1: Com auxílio da sequência de modelagens, explique por quais são as etapas que uma estrela passa até chegar ao buraco negro.

Atividade 2: Na primeira etapa da modelagem, Figura 4.7, pode ser vista uma estrela se transformando em super gigante vermelha. No canto, mostra-se um exemplo de uma estrela que é uma supergigante vermelha. Esta está localizada na Constelação de Órion e se chama Betelguse. Descreva o que acontece neste processo e analise o texto distribuído e o vídeo para esta tarefa. Quais são os pontos importantes?

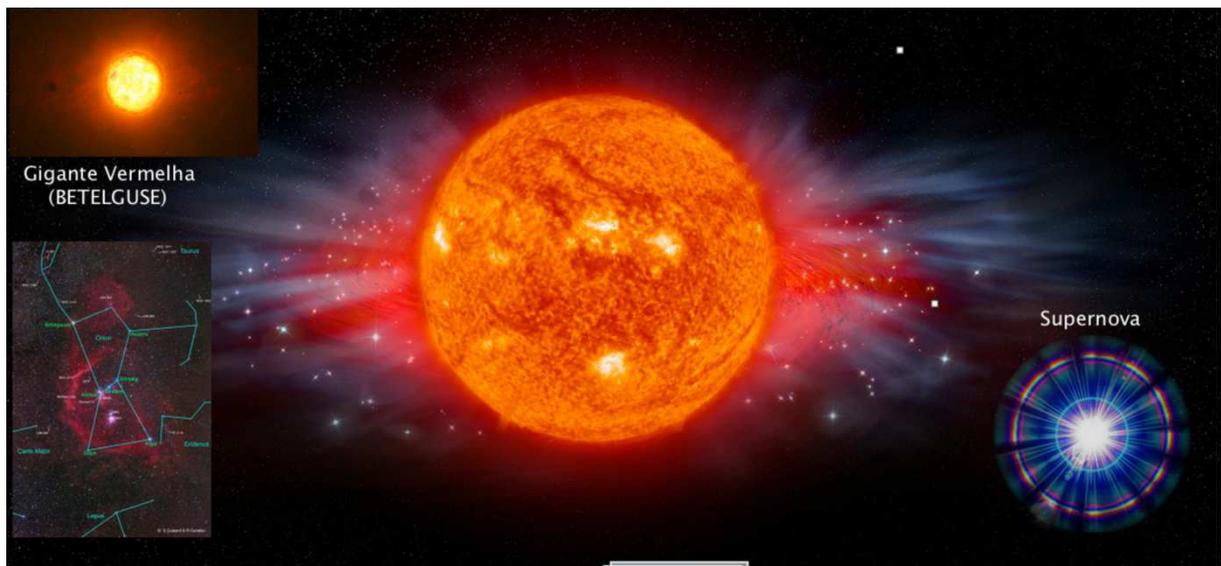


Figura 21: Primeira Fase: a transformação em uma super gigante vermelha. (Imagem: Nasa)¹⁵

Atividade 3: Newton achava que a trajetória de um planeta era curva por que uma força atuava sobre o planeta. Como Einstein interpreta esse fato?

¹⁵ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 4: Explique o que é um a supernova (Figura 4,8). Com base no vídeo, responda: por que o estudo das supernovas são tão importante para desvendar os mistérios do Universo?

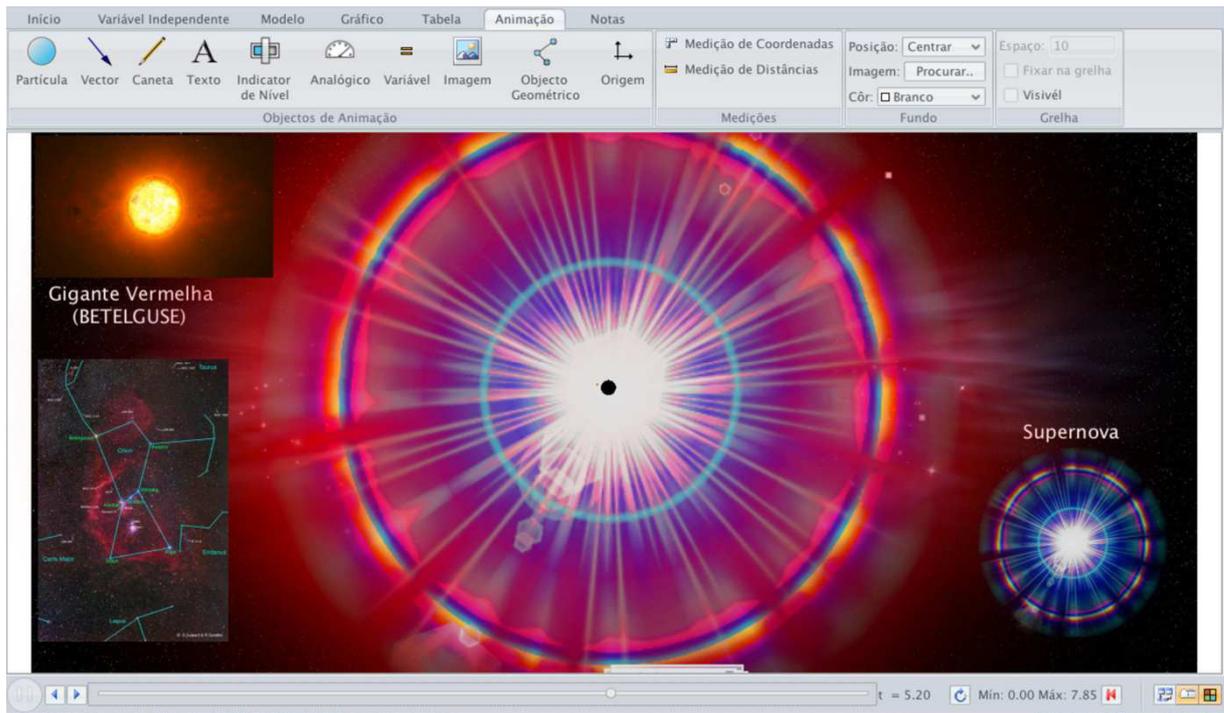


Figura 22: Fase supernova. (Imagem: Nasa)¹⁶

Atividade 5: Explique, através dos limites de Chandrasekha, qual a diferença entre a origem de um a estrela de nêutrons e o buraco negro. Todos os dois passam pela fase de supernova?

¹⁶ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

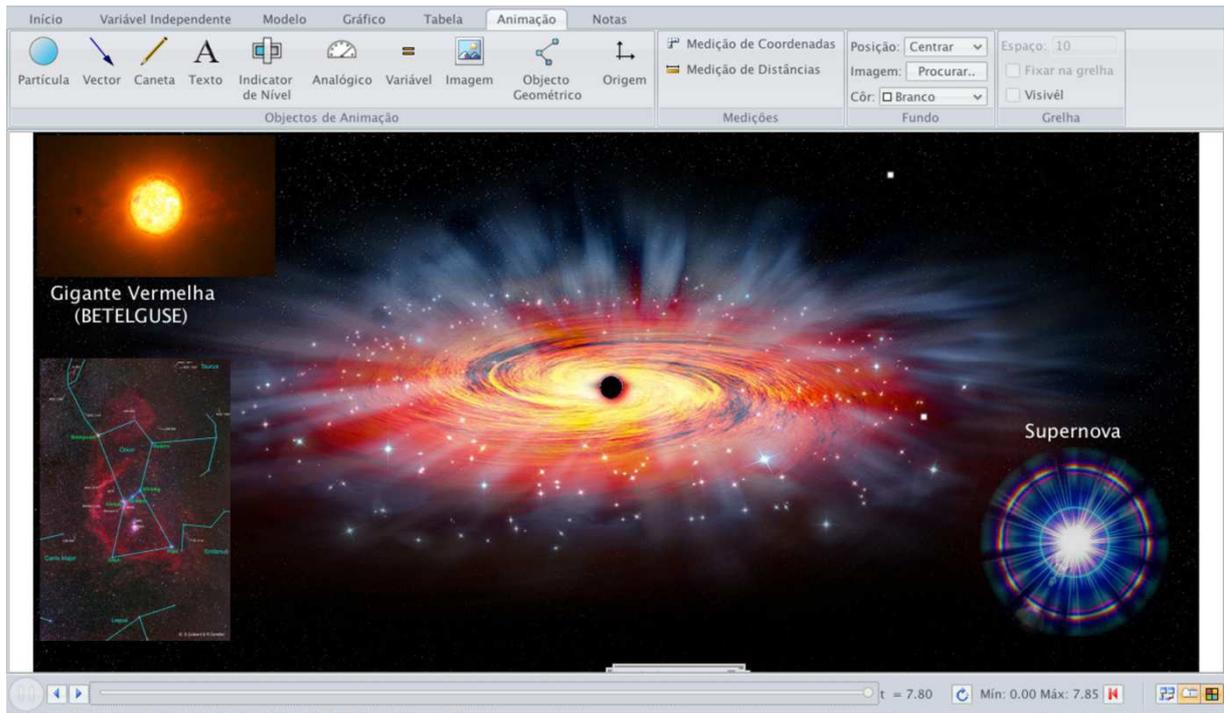


Figura 23: Buraco Negro (Imagem: Nasa)¹⁷

Atividade 6: Se a Terra encolhesse sem alterar sua massa, o que aconteceria com o peso de uma pessoa em sua superfície?

Atividade 7: O que acontece à intensidade do campo gravitacional na superfície de uma estrela que encolhe?

Atividade 8: Por que um buraco negro é invisível?

Atividade 9: Mostre, a partir da equação da força gravitacional, que a órbita da Terra não seria afetada se o Sol se encolhesse até se tornar um buraco negro.

¹⁷ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Modelagem 12: Estudo das geodésicas

O objetivo desta modelagem foi o estudo das geodésicas das partículas nas vizinhanças de um corpo muito massivo (CARMELI, 2001). Como já foi visto nessa seção, o planeta Mercúrio, por estar mais próximo da Terra, apresenta uma órbita que só pode ser explicada pelas equações.

Atividade 1: Geodésicas ao redor de um buraco negro. Analise, na modelagem da Figura 4.10, o que acontece para valores crescentes da massa do buraco negro.

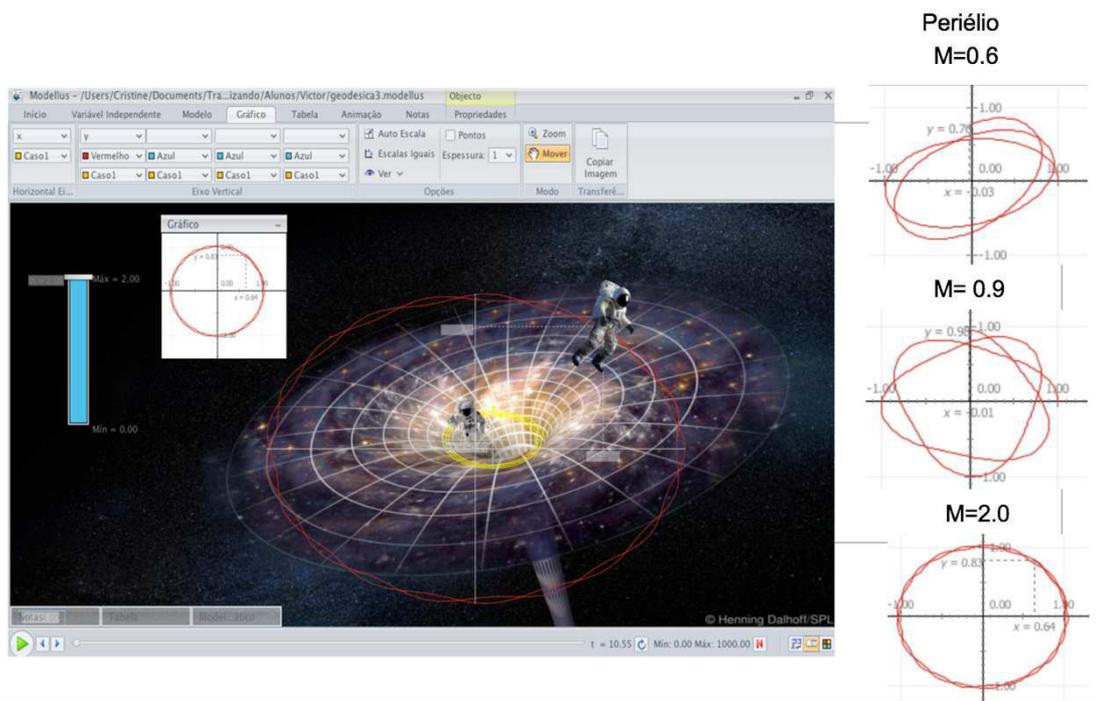


Figura 24: Trajetória das partículas nas vizinhanças de um campo gravitacional forte. Esse cálculo foi feito com uso das equações de Einstein. (Imagem: Nasa)¹⁸

¹⁸ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 2: Qual a diferença entre as órbitas de Kepler e as geodésicas?

Atividade 3: Por que, quando a massa é muito grande, a órbita parece circular?

Atividade 4: É possível orbitar em torno de um buraco negro?

Atividade 5: O que é raio de Schwarzschild?

Modelagem 13: Movimento em torno do BH usando modelo de Kepler

Nesta modelagem, usaram-se as órbitas de Kepler como modelo de brinquedo para estudar uma solução para dentro do horizonte de eventos. Para isso, usou-se um modelo amortecido com uma constante de amortecimento k .

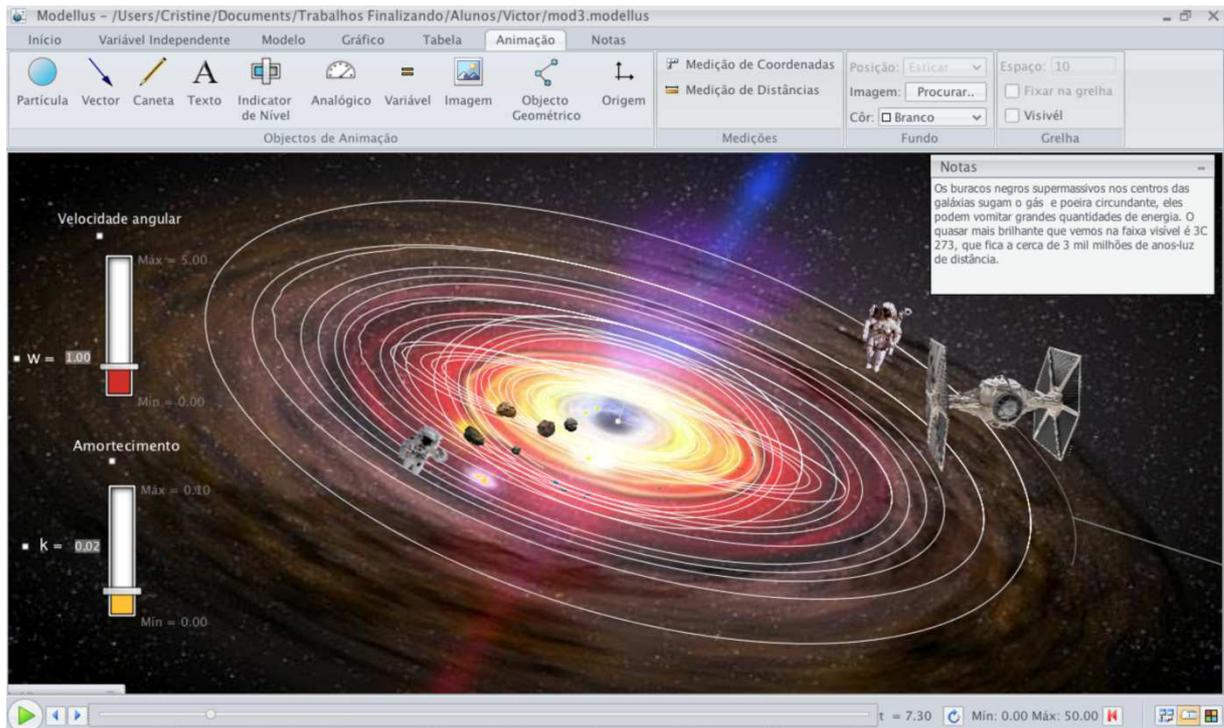


Figura 25: Um buraco negro supermassivo. Os buracos negros supermassivos nos centros das galáxias sugam o gás e poeira circundante, eles podem vomitar grandes quantidades de energia. O quasar mais brilhante que vemos na faixa visível é 3C 273, que fica a 3 mil milhões de anos-luz de distância. (Imagem: Nasa)¹⁹

Atividade 1: Descreva a Modelagem variando a velocidade angular e a constante de amortecimento k .

Atividade 2: É possível planetas girarem em torno de algo invisível? Comente.

¹⁹ Disponível em: <<https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/index.html>>. Acesso em: 11 de julho de 2017

Atividade 3 Discuta o ciclo de vida das estrelas e sua relação com os buracos negros.

Atividade 4: O que aconteceria se compactássemos toda a massa da Terra à ordem de um átomo?

Atividade 5: Explique o que é o raio de Schwarzschild.

Atividade 6. A que ordem de grandeza teríamos de compactar toda a massa Terrestre, para que seu campo gravitacional alcançasse o limite para poder ser comparado ao de um buraco negro?

Referências bibliográficas

SAGAN, C. “Cosmos” Cal Sagan Productions, Inc. New York, USA, 1982.

CARMELI, M., “Classical fields: general relativity and gauge theory” World Scientific Publishing Co.Pte. Ltd, New Jersey, USA, 2001.

CHANDRASEKHAR, S. “ The Highly Collapsed Configurations of a Stellar Mass”, MNRAS, 95, 1935.

HALLIDAY, D; RESNICK, R. WALKER, J. “Fundamentos da Física: Gravitação, Ondas e Termodinâmica”, v. 2, trad Ronaldo Sérgio Biasi, Rio de Janeiro, LTC, 2015.

HAWKING, S. “ Os Genios da Ciência: Sobre os Ombros de Gigantes”, trad Marco Moriconi, Campus, Rio de Janeiro, Elsevier 2005.

HEWITT, P. G. , “Física Conceitual”, trad. Trieste Freire Ricci e Maria Helena Gravina, Porto Alegre, Bookmann. 2002.

LUZ, A. M. R. ; ÁLVARES, B. A. “Física: Contexto & Aplicações”, Sipione, São Paulo, 2013.

SILVA, G. “A Via-Láctea - Nascimento e Morte das Estrelas” Vídeo extraído do youtube. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=w04w7JRCKME>, Acessado em 05/12/2017.